


<p style="text-align: center;">VÝPOČET</p> 	Dokument:	<i>SX040a-CZ-EU</i>	Strana	<i>1 z 8</i>
	Název	<i>Řešený příklad: Požární odolnost sloupu vyplněného betonem</i>		
	Eurokód			
	Vypracoval	<i>Björn Uppfeldt</i>	Datum	<i>Leden 2006</i>
	Kontroloval	<i>Emma Unosson</i>	Datum	<i>Leden 2006</i>

Řešený příklad: Požární odolnost sloupu vyplněného betonem

Tento příklad ukazuje návrh sloupu vyplněného betonem podle přílohy H normy EN 1994-1-2.

Vypočtete únosnost osově tlačенého sloupu pro normovou požární odolnost R90.

Vstupní údaje


Sloup uzavřeného průřezu vyplněný betonem, přidaná betonářská výztuž.

Délka sloupu:	3,8 m
Průřez:	čtvercový uzavřený průřez 300 × 10
Třída oceli:	S 355
Mez kluzu:	$f_{ay} = 355 \text{ N/mm}^2$
Modul pružnosti:	$E_a = 210000 \text{ N/mm}^2$
Výztuž:	8 ϕ 20
Ocel:	B500B
Mez kluzu:	$f_{sy} = 355 \text{ N/mm}^2$
Modul pružnosti:	$E_s = 210000 \text{ N/mm}^2$
Beton:	C30/37
Pevnost v tlaku:	$f_c = 29 \text{ N/mm}^2$

Kontrola platnosti postupu:

Vzpěrná délka, $l_0=3,8 \text{ m}$	$3,8 \text{ m} \leq 4,5 \text{ m} \checkmark$
Výška průřezu $b=300 \text{ mm}$	$140 \text{ mm} \leq 300 \text{ mm} \leq 400 \text{ mm} \checkmark$
Třída betonu C30/37	$C20/25 \leq C30/37 \leq C40/50 \checkmark$
Stupeň vyztužení průřezu,	
$\frac{A_s}{A_c} = \frac{8 \frac{\pi \cdot 20^2}{4}}{(300 - 2 \cdot 10)^2} \cdot 100 = 3,2\%$	$3,2\% \leq 5\% \checkmark$
Normová požární odolnost 90 minut	$90 \text{ minut} \leq 120 \text{ minut} \checkmark$
Postup podle přílohy H lze použít.	

[EN 1994-1-2 §H.5](#)

<p>VÝPOČET</p> 	Dokument:	<i>SX040a-CZ-EU</i>	Strana	2 z 8
	Název	<i>Řešený příklad: Požární odolnost sloupu vyplněného betonem</i>		
	Eurokód			
	Vypracoval	<i>Björn Uppfeldt</i>	Datum	<i>Leden 2006</i>
	Kontroloval	<i>Emma Unosson</i>	Datum	<i>Leden 2006</i>

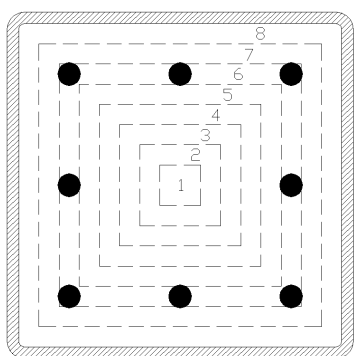
Teplota průřezu

Teplota průřezu v tomto příkladu byla spočtena metodou konečných prvků. Na trhu je k dispozici několik programů vhodných pro výpočet vedení tepla, alternativně lze použít teploty publikované v literatuře pro různé typy průřezů (například *Model Code on Fire Engineering*, ECCS, 2001).


Průřez je rozdělen na vrstvy, v nichž je teplota konstantní. V tomto příkladu je rozdělení na vrstvy nahrazeno čtverci s konstantní teplotou, rozdíl tohoto zjednodušení v porovnání s přesnějšími modely je zanedbatelný. Teplota okolních plynů se řídí normovou teplotní křivkou.

Výledné teploty:

Vrstva	Délka vnější hrany, d_o (mm)	Délka vnitřní hrany, d_i (mm)	Teplota
1	35	0	124°C
2	70	35	134°C
3	105	70	164°C
4	140	105	221°C
5	175	140	303°C
6	210	175	415°C
7	245	210	577°C
8	280	245	814°C
Ocel			953°C



Označení vrstev

<p style="text-align: center;">VÝPOČET</p> 	Dokument:	<i>SX040a-CZ-EU</i>	Strana	3 z 8
	Název	Řešený příklad: Požární odolnost sloupu vyplněného betonem		
	Eurokód			
	Vypracoval	<i>Björn Uppfeldt</i>	Datum	Leden 2006
	Kontroloval	<i>Emma Unosson</i>	Datum	Leden 2006

Únosnost ve vzpěrném tlaku při požáru

$$N_{fi,Rd} = N_{fi,cr} = N_{fi,pl,Rd}$$

kde:

$$N_{fi,cr} = \frac{\pi^2 (E_{a,\theta} I_a + E_{c,\theta} I_c + E_{s,\theta} I_s)}{l_\theta^2} \quad a$$

$$N_{fi,pl,Rd} = A_a \sigma_{a,\theta} / \gamma_{M,fi,a} + A_s \sigma_{s,\theta} / \gamma_{M,fi,s} + A_c \sigma_{c,\theta} / \gamma_{M,fi,c}$$

Význam symbolů:

$N_{fi,cr}$ Eulerovo kritické břemeno při požáru

$N_{fi,pl,Rd}$ únosnost celého průřezu v prostém tlaku při požáru (návrhová hodnota)

l_θ vzpěrná délka při požáru

$E_{i,\theta,\sigma}$ tečný modul pružnosti pro materiál I , teplotu θ a napětí σ

I_i moment setrvačnosti části průřezu z materiálu i počítaný k těžišťové ose y nebo z celého průřezu

A_i plocha části průřezu z materiálu i

$\sigma_{i,\theta}$ napětí v materiálu i při teplotě θ

$\gamma_{M,fi,i}$ součinitel spolehlivosti materiálu i při požáru (= 1,0)

Určí se plochy a momenty setrvačnosti jednotlivých vrstev.

Jako příklad je uveden výpočet pro vrstvu 6, jejíž teplota je $T=415^\circ\text{C}$.


$$A_{s,\theta} = 8 \frac{\pi}{4} \cdot \phi^2 = 8 \frac{\pi}{4} \cdot 20^2 = 2513 \text{ mm}^2$$

$$I_{s,\theta} = \sum I_{0,i} + A_i a_i^2 = 8 \cdot \frac{\pi \cdot 20^4}{64} + 6 \cdot \frac{\pi \cdot 20^2}{4} \left(\frac{(210+175)/2}{2} \right)^2 = 17,53 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$A_{c,\theta} = d_o^2 - d_i^2 - A_{s,\theta} = 210^2 - 175^2 - 2513 = 10962 \text{ mm}^2$$

$$I_{c,\theta} = \frac{210^4 - 175^4}{12} - 17,53 \cdot 10^6 = 66,38 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

[EN 1994-1-2 příloha H](#)

<p>VÝPOČET</p> 	Dokument:	SX040a-CZ-EU	Strana	4 z 8
	Název	Řešený příklad: Požární odolnost sloupu vyplněného betonem		
	Eurokód			
	Vypracoval	Björn Uppfeldt	Datum	Leden 2006
	Kontroloval	Emma Unosson	Datum	Leden 2006

Údaje pro všechny vrstvy jsou v následující tabulce.

Vrstva	Plocha (mm ²)	I _t (mm ⁴)
Ocel	11500	160,26·10 ⁶
Beton – 8	18375	211,96·10 ⁶
Beton – 7	15925	138,18·10 ⁶
Beton – 6	10962 ¹	66,38·10 ⁶
Beton – 5	11025	46,14·10 ⁶
Beton – 4	8575	21,88·10 ⁶
Beton – 3	6125	8,13·10 ⁶
Beton – 2	3675	1,88·10 ⁶
Beton – 1	1225	0,13·10 ⁶
Výztuž (vrstva 6)	2513	17,53·10 ⁶

¹⁾ Plocha výztuže je odečtena z celkové plochy


Determine the tangent modulus and stress level according to EN 1994-1-2

[EN 1994-1-2](#)
[§ 3](#)
[tabulka 3.1](#)

Oblast působení	Napětí σ	Tečný modul pružnosti
I / pružná $\varepsilon \leq \varepsilon_{ap,\theta}$	$E_{a,\theta} \varepsilon_{a,\theta}$	$E_{a,\theta}$
II / přechodová $\varepsilon_{ap,\theta} \leq \varepsilon$ $\varepsilon \leq \varepsilon_{ay,\theta}$	$\left(f_{ap,\theta} - c\right) + \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - \left(\varepsilon_{ay,\theta} - \varepsilon_{a,\theta}\right)^2}$ $a^2 = \left(\varepsilon_{ay,\theta} - \varepsilon_{ap,\theta}\right) \left(\varepsilon_{ay,\theta} - \varepsilon_{ap,\theta} + c / E_{a,\theta}\right)$ $b^2 = E_{a,\theta} \left(\varepsilon_{ay,\theta} - \varepsilon_{ap,\theta}\right) c + c^2$ $c = \frac{\left(f_{ay,\theta} - f_{ap,\theta}\right)^2}{E_{a,\theta} \left(\varepsilon_{ay,\theta} - \varepsilon_{ap,\theta}\right) - 2 \left(f_{ay,\theta} - f_{ap,\theta}\right)}$	$\frac{b \left(\varepsilon_{ay,\theta} - \varepsilon_{a,\theta}\right)}{a \sqrt{a^2 - \left(\varepsilon_{ay,\theta} - \varepsilon_{a,\theta}\right)^2}}$
III / plastická $\varepsilon_{ay,\theta} \leq \varepsilon$ $\varepsilon \leq \varepsilon_{au,\theta}$	$f_{ay,\theta}$	0

kde:

$f_{ap,\theta} = k_{p,\theta} \cdot f_{ay}$ mez úměrnosti
 $f_{ay,\theta} = k_{y,\theta} \cdot f_{ay}$ účinná mez kluzu
 $E_{a,\theta} = k_{E,\theta} E_a$ modul pružnosti oceli při vysokých teplotách
 $k_{i,\theta}$ redukční součinitel napětí při požáru

<p style="text-align: center;">VÝPOČET</p> 	Dokument:	<i>SX040a-CZ-EU</i>	Strana	5 z 8
	Název	Řešený příklad: Požární odolnost sloupu vyplněného betonem		
	Eurokód			
	Vypracoval	<i>Björn Uppfeldt</i>	Datum	Leden 2006
	Kontroloval	<i>Emma Unosson</i>	Datum	Leden 2006

Pro určení redukčních součinitelů napětí pro mezilehlé teploty se použije lineární interpolace.

$$\varepsilon_{ap,\theta} = f_{ap,\theta} / E_{a,\theta} \quad \text{poměrná deformace na mezi úměrnosti}$$

$$\varepsilon_{ay,\theta} = 0,02 \quad \text{poměrná deformace při dosažení účinné meze kluzu}$$

$$\varepsilon_{au,\theta} = 0,15 \quad \text{maximální poměrná deformace}$$

Určí se mez úměrnosti, účinná mez kluzu a modul pružnosti pro průřez a výztuž. Pro výztuž válcovanou za tepla se použijí hodnoty z tabulky 3.2, pro výztuž válcovanou za studena tabulka 3.4.

Pro ocelový průřez získáme následující hodnoty:

$$f_{ap,\theta} = k_{p,\theta} \cdot f_{ay} = (0,0375 - (0,0375 - 0,0250) \cdot \frac{53}{100}) \cdot 355 = 11,0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ay,\theta} = k_{ay,\theta} \cdot f_{ay} = (0,06 - (0,06 - 0,04) \cdot \frac{53}{100}) \cdot 355 = 17,5 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{a,\theta} = k_{E,\theta} E_a = (0,0675 - (0,0675 - 0,0450) \cdot \frac{64}{100}) \cdot 210000 = 11671 \text{ N/mm}^2$$


$$\varepsilon_{ap,\theta} = f_{ap,\theta} / E_{a,\theta} = 11,0 / 11671 = 0,94 \cdot 10^{-3}$$

Hodnoty pro ocelový průřez a výztuž jsou shrnuty v tabulce

Prvek	$f_{ap,\theta}$ (N/mm ²)	$f_{ay,\theta}$ (N/mm ²)	$E_{a,\theta}$ (N/mm ²)	$\varepsilon_{ap,\theta}$
Ocelový průřez	11,0	17,5	11671	0,00094
Výztuž	301	449	107200	0,00281

a součinitele a , b a c jsou

Prvek	a (-)	b (N/mm ²)	c (N/mm ²)
Ocelový průřez	0,0191	6,7830	0,2066
Výztuž	0,0173	163,37	14,367

<p style="text-align: center;">VÝPOČET</p> 	Dokument:	<i>SX040a-CZ-EU</i>	Strana	6 z 8
	Název	Řešený příklad: Požární odolnost sloupu vyplněného betonem		
	Eurokód			
	Vypracoval	<i>Björn Uppfeldt</i>	Datum	Leden 2006
	Kontroloval	<i>Emma Unosson</i>	Datum	Leden 2006

Pro pracovní diagram betonu platí:

$$\sigma_{c,\theta} = f_{c,\theta} \left[3 \left(\frac{\varepsilon_{c,\theta}}{\varepsilon_{cu,\theta}} \right) / \left\{ 2 + \left(\frac{\varepsilon_{c,\theta}}{\varepsilon_{cu,\theta}} \right)^3 \right\} \right]$$

kde:

$$f_{c,\theta} = k_{c,\theta} \cdot f_c$$

hodnoty $k_{c,\theta}$ a $\varepsilon_{cu,\theta}$ se převezmou z EN 1994-1-2 § 3.2.2, tabulka 3.3

Výsledky pro všechny vrstvy betonu jsou v následující tabulce:

Vrstva	$f_{c,\theta}$ (N/mm ²)	$\varepsilon_{cu,\theta}$
Beton – 8	4,07	0,0250
Beton – 7	14,1	0,0227
Beton – 6	21,1	0,0108
Beton – 5	24,6	0,0071
Beton – 4	26,9	0,0058
Beton – 3	28,1	0,0050
Beton – 2	28,5	0,0045
Beton – 1	28,7	0,0044

Pro určení $N_{fi,cr}$ a $N_{fi,pl,Rd}$ je třeba znát tečný modul pružnosti a napětí. Protože obě hodnoty závisí na poměrné deformaci, zbývající výpočet je proveden v tabulkovém procesoru.


Výpočet začíná pro malou poměrnou deformaci a v malých přírůstcích pokračuje, dokud nedosáhne $N_{fi,cr} = N_{fi,pl,Rd}$.

$$\varepsilon_a = \varepsilon_c = \varepsilon = 0,0005$$

Určí se napětí v betonu odpovídající poměrné deformaci (je proveden výpočet pro vrstvu 4).

$$\begin{aligned} \sigma_{c,\theta} &= f_{c,\theta} \left[3 \left(\frac{\varepsilon_{c,\theta}}{\varepsilon_{cu,\theta}} \right) / \left\{ 2 + \left(\frac{\varepsilon_{c,\theta}}{\varepsilon_{cu,\theta}} \right)^3 \right\} \right] = \\ &= 26,9 \left[3 \left(\frac{0,0005}{0,0058} \right) / \left\{ 2 + \left(\frac{0,0005}{0,0058} \right)^3 \right\} \right] = 3,48 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

[EN 1994-1-2 §3.2.2](#)

<p>VÝPOČET</p> 	Dokument:	<i>SX040a-CZ-EU</i>	Strana	7 z 8
	Název	<i>Řešený příklad: Požární odolnost sloupu vyplněného betonem</i>		
	Eurokód			
	Vypracoval	<i>Björn Uppfeldt</i>	Datum	<i>Leden 2006</i>
	Kontroloval	<i>Emma Unosson</i>	Datum	<i>Leden 2006</i>

Určí se tečný modul pružnosti betonu (tečna k pracovnímu diagramu betonu v daném místě) podle dokumentu SC002.

$$E_{c,\theta} = \frac{6f_{c,\theta}}{\varepsilon_{cu,\theta}} \cdot \frac{1 - \left(\frac{\varepsilon_{c,\theta}}{\varepsilon_{cu,\theta}}\right)^3}{\left\{2 + \left(\frac{\varepsilon_{c,\theta}}{\varepsilon_{cu,\theta}}\right)^3\right\}^2}$$


[SC002](#)

Tečný modul pružnosti pro vrstvu 4.

$$E_{c,\theta} = \frac{6 \times 26,9}{0,0058} \cdot \frac{1 - \left(\frac{0,0005}{0,0058}\right)^3}{\left\{2 + \left(\frac{0,0005}{0,0058}\right)^3\right\}^2} = 6948 \text{ N/mm}^2$$

Výsledky pro všechny vrstvy betonu jsou v následující tabulce.

Vrstva	$\sigma_{c,\theta}$ (N/mm ²)	$E_{c,\theta,\sigma}$ (N/mm ²)
Beton – 8	0,12	243,9
Beton – 7	0,46	928,4
Beton – 6	1,47	2943
Beton – 5	2,60	5193
Beton – 4	3,48	6948
Beton – 3	4,24	8472
Beton – 2	4,74	9456
Beton – 1	4,93	9828

<p style="text-align: center;">VÝPOČET</p> 	Dokument:	<i>SX040a-CZ-EU</i>	Strana	8 z 8
	Název	Řešený příklad: Požární odolnost sloupu vyplněného betonem		
	Eurokód			
	Vypracoval	<i>Björn Uppfeldt</i>	Datum	Leden 2006
	Kontroloval	<i>Emma Unosson</i>	Datum	Leden 2006

Určí se napětí v oceli odpovídající zvolené poměrné deformaci

$$\varepsilon = 0,0005 < \varepsilon_{ap,\theta} = 0,00094$$

$$\sigma_{a,\theta} = E_{a,\theta} \cdot \varepsilon_{a,\theta} = 11671 \cdot 0,0005 = 5,84 \text{ N/mm}^2$$

a tečný modul pružnosti

$$E_{a,\theta,\sigma} = E_{a,\theta} = 11671 = 11671 \text{ N/mm}^2$$

Hodnoty pro ocelový průřez a výztuž:

Prvek	$\sigma_{a,\theta}$ (N/mm ²)	$E_{a,\theta,\sigma}$ (N/mm ²)
Ocelový průřez	5,84	11 671
Výztuž	53,60	107 200

Určí se $N_{fi,cr}$

$$N_{fi,cr} = \frac{\pi^2 (E_{a,\theta,\sigma} I_a + E_{c,\theta,\sigma} I_c + E_{s,\theta,\sigma} I_s)}{l_0^2} =$$

$$= \frac{\pi^2}{3,8^2} \left(\begin{array}{l} 11670 \cdot 160,3 + 9828 \cdot 0,130 + 9456 \cdot 1,880 + \\ + 8472 \cdot 8,130 + 6958 \cdot 21,88 + 5193 \cdot 46,14 + \\ + 2943 \cdot 66,38 + 928,4 \cdot 138,2 + \\ + 243,9 \cdot 212,0 + 107200 \cdot 17,53 \end{array} \right) = 3148 \text{ kN}$$

a $N_{fi,pl,Rd}$

$$N_{fi,pl,Rd} = A_a \sigma_{a,\theta} / \gamma_{M,fi,a} + A_s \sigma_{s,\theta} / \gamma_{M,fi,s} + A_c \sigma_{c,\theta} / \gamma_{M,fi,c} =$$


$$= \frac{11500 \cdot 5,84}{1,0} + \frac{2513 \cdot 53,6}{1,0} +$$

$$+ \frac{1225 \cdot 4,93 + 3675 \cdot 4,74 + 6125 \cdot 4,24 + 8575 \cdot 3,48}{1,0} +$$

$$+ \frac{11025 \cdot 2,60 + 10962 \cdot 1,47 + 15925 \cdot 0,46 + 18375 \cdot 0,12}{1,0} = 335 \text{ kN}$$

Poměrná deformace se v malých krocích zvětšuje (deformace od teploty se zanedbávají), dokud $N_{fi,cr} = N_{fi,pl,Rd}$.

Při zvětšování poměrné deformace vzrůstá hodnota $N_{fi,cr}$ a hodnota $N_{fi,pl,Rd}$ klesá.

<p>VÝPOČET</p> 	Dokument:	<i>SX040a-CZ-EU</i>	Strana	9 z 8
	Název	<i>Řešený příklad: Požární odolnost sloupu vyplněného betonem</i>		
	Eurokód			
	Vypracoval	<i>Björn Uppfeldt</i>	Datum	<i>Leden 2006</i>
	Kontroloval	<i>Emma Unosson</i>	Datum	<i>Leden 2006</i>

Výsledky pro různé hodnoty poměrné deformace jsou uvedeny v následující tabulce:

Poměrná deformace	$N_{fi,cr}$ (kN)	$N_{fi,pl,Rd}$ (kN)
0,0005	3148	335
0,001	2327	670
0,002	1957	1215
0,0025	1913	1474
0,0028	1887	1623
0,0029	1417	1703
0,002833	1679	1675

Bylo zjištěno, že $N_{fi,cr} = N_{fi,pl,Rd}$ přibližně pro 1675 kN,

tedy $N_{fi,Rd} = N_{fi,cr} = N_{fi,pl,Rd} = 1675$ kN

Vzpěrná únosnost sloupu pro požární odolnost R90 je 1675 kN.

[EN 1994-1-2](#)
[§H.3](#)

Quality Record

RESOURCE TITLE	Řešený příklad: Požární odolnost sloupu vyplněného betonem		
Reference(s)			
ORIGINAL DOCUMENT			
	Name	Company	Date
Created by	Björn Uppfeldt	SBI	
Technical content edited by	Emma Unosson	SBI	
Editorial content edited by			
Technical content endorsed by the following STEEL Partners:			
UK	G W Owens	SCI	9/6/06
France	A Bureau	CTICM	9/6/06
Sweden	B Uppfeldt	SBI	9/6/06
Germany	C Müller	RWTH	9/6/06
Spain	J Chica	Labein	9/6/06
Luxembourg	M Haller	PARE	9/6/06
Resource approved by Technical Coordinator	G W Owens	SCI	12/9/06
TRANSLATED DOCUMENT			
This Translation made and checked by:	Z. Sokol	CTU in Prague	29/6/07
Translated resource approved by	F. Wald	CTU in Prague	31/7/07
National technical contact	F. Wald		