


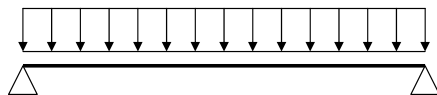
<p>VÝPOČET</p> 	Dokument č.	<i>SX014a-CZ-EU</i>	Strana	<i>1 z 10</i>
	Název	Řešený příklad: Prostě uložená spřažená stropnice		
	Eurokód	<i>EN 1994-1-1</i>		
	Připravil	<i>Arnaud LEMAIRE</i>	Datum	<i>srpen 2005</i>
	Zkontroloval	<i>Alain Bureau</i>	Datum	<i>srpen 2005</i>

Řešený příklad: Prostě uložená spřažená stropnice

V příkladu je navržen rovnoměrně zatížený prostě uložený spřažený stropní nosník.

Nosník je zatížen:

- vlastní tíhou nosníku
- tíhou betonové desky
- nahodilým zatížením



Válcovaný I nosník je ohýbán v rovině větší tuhosti. Tento příklad obsahuje:

- klasifikaci průřezu,
- výpočet účinné šířky betonové desky,
- výpočet smykové únosnosti trnu,
- výpočet stupně spřažení,
- výpočet ohybové únosnosti,
- výpočet smykové únosnosti,
- výpočet smykové únosnosti desky,
- výpočet průhybu v mezním stavu použitelnosti.

Tento příklad nezahrnuje ověření smykového ochabnutí stěny.

Dílčí součinitele


- $\gamma_G = 1,35$ (stálé zatížení)
- $\gamma_Q = 1,50$ (proměnné zatížení)
- $\gamma_{M0} = 1,0$
- $\gamma_{M1} = 1,0$
- $\gamma_V = 1,25$
- $\gamma_C = 1,5$

EN 1990

EN 1993-1-1
[§ 6.1 \(1\)](#)

EN 1994-1-1
[§ 6.6.3.1](#)

EN 1992-1-1

<p style="text-align: center;">VÝPOČET</p> 	Dokument č.	<i>SX014a-CZ-EU</i>	Strana	<i>2 z 10</i>
	Název	Řešený příklad: Prostě uložená spřažená strupnice		
	Eurokód	<i>EN 1994-1-1</i>		
	Připravil	<i>Arnaud LEMAIRE</i>	Datum	<i>srpen 2005</i>
	Zkontroloval	<i>Alain Bureau</i>	Datum	<i>srpen 2005</i>

Základní údaje

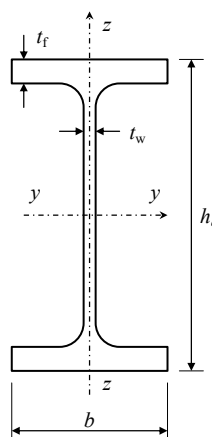
Navrhnete spřažený stropní nosník vícepodlažní budovy podle údajů uvedených níže. Nosník je během montáže podepřen lešením.

Trapézové plechy jsou uloženy kolmo k nosníkům.

- Rozpětí: 7,50 m
- Osová vzdálenost: 3,00 m
- Tloušťka desky: 12 cm
- Bednění : 0,75 kN/m²
- Nahodilé zatížení : 2,50 kN/m²
- Objemová hmotnost betonu : 25 kN/m³
- Značka oceli: S355


Průřez IPE 270

Výška	$h_a = 270 \text{ mm}$
Šířka	$b = 135 \text{ mm}$
Tloušťka stěny	$t_w = 6,6 \text{ mm}$
Tloušťka pásnice	$t_f = 10,2 \text{ mm}$
Zaoblení	$r = 15 \text{ mm}$
Hmotnost	36,1 kg/m



Euronorm
19-57

Průřezová plocha	$A_a = 45,95 \text{ cm}^2$
Moment setrvačnosti /yy	$I_y = 5790 \text{ cm}^4$
Pružný průřezový modul /yy	$W_{el,y} = 428,9 \text{ cm}^3$
Plastický průřezový modul /yy	$W_{pl,y} = 484,0 \text{ cm}^3$
Modul pružnosti oceli	$E_a = 210000 \text{ N/mm}^2$

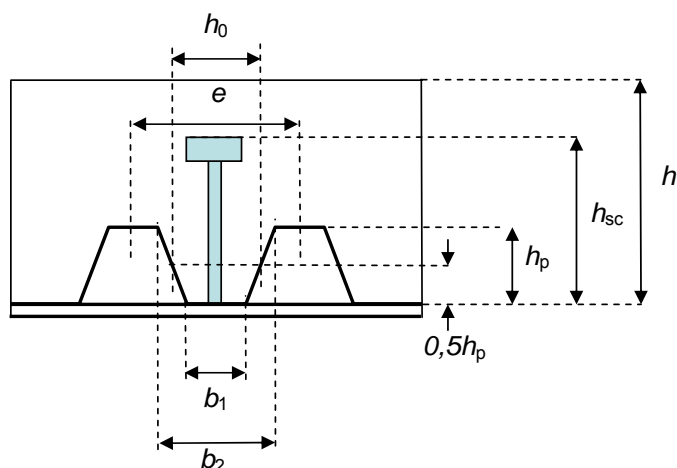
<p style="text-align: center;">VÝPOČET</p> 	Dokument č.	<i>SX014a-CZ-EU</i>	Strana	<i>3 z 10</i>
	Název	Řešený příklad: Prostě uložená spřažená strupnice		
	Eurokód	<i>EN 1994-1-1</i>		
	Připravil	<i>Arnaud LEMAIRE</i>	Datum	<i>srpen 2005</i>
	Zkontroloval	<i>Alain Bureau</i>	Datum	<i>srpen 2005</i>

Trapézový plech

Tloušťka plechu	$t = 0,75 \text{ mm}$
Tloušťka desky	$h = 120 \text{ mm}$
Výška vlny trapezového plechu	$h_p = 58 \text{ mm}$
$b_1 = 62 \text{ mm}$ $b_2 = 101 \text{ mm}$	$e = 207 \text{ mm}$

Prvy spřažení

Průměr	$d = 19 \text{ mm}$
Délka	$h_{sc} = 100 \text{ mm}$
Mez pevnosti	$f_u = 450 \text{ N/mm}^2$
Počet spřahovacích trnů	$n = 7500 / e = 36$
Počet trnů v žeburu	$n_r = 1$



Parametry betonu: C 25/30

Pevnost po 28 dnech	$f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$
Modul pružnosti betonu	$E_{cm} = 33\,000 \text{ N/mm}^2$

EN 1992-1-1


[§ 3.1.3](#)

[Tab. 3.1](#)

Zohledníme-li vlny trapezového plechu, lze brát tíhu betonové desky :

$$25 \times 3,0 \times \left(0,12 - 5 \times \frac{0,101 + 0,062}{2} \times 0,058\right) = 7,2 \text{ kN/m}$$

$$\text{Vlastní tíha nosníku : } (36,1 \times 9,81) \times 10^{-3} = 0,354 \text{ kN/m}$$

VÝPOČET 	Dokument č.	<i>SX014a-CZ-EU</i>	Strana	<i>4 z 10</i>
	Název	Řešený příklad: Prostě uložená spřažená strupnice		
	Eurokód	<i>EN 1994-1-1</i>		
	Připravil	<i>Arnaud LEMAIRE</i>	Datum	<i>srpen 2005</i>
	Zkontroloval	<i>Alain Bureau</i>	Datum	<i>srpen 2005</i>

Stálé zatížení:

$$G = 0,354 + 7,2 + 0,75 \times 3,0 = 9,80 \text{ kN/m}$$

Proměnné zatížení (nahodilé zatížení):

$$Q = 2,5 \times 3,0 = 7,50 \text{ kN/m}$$

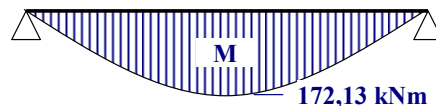
Kombinace pro mezní stav únosnosti:

$$\gamma_G G + \gamma_Q Q = 1,35 \times 9,80 + 1,50 \times 7,50 = 24,48 \text{ kN/m}$$

EN 1990

[§ 6.4.3.2](#)

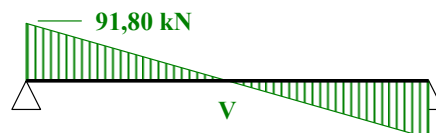
Ohybový moment



Maximální moment uprostřed rozpětí:

$$M_{y,Ed} = 0,125 \times 24,48 \times 7,50^2 = 172,13 \text{ kNm}$$

Posouvající síla



Maximální posouvající síla v podpoře:

$$V_{z,Ed} = 0,5 \times 24,48 \times 7,50 = 91,80 \text{ kN}$$

Mez kluzu


Značka oceli S355

Největší tloušťka je 10,2 mm < 40 mm, tudíž: $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$

[EN 1993-1-1](#)

[Tab. 3.1](#)

Pozn.: Národní příloha může stanovit buď hodnoty f_y z tab.3.1 nebo hodnoty z výrobní normy.

<p style="text-align: center;">VÝPOČET</p> 	Dokument č.	<i>SX014a-CZ-EU</i>	Strana	<i>5 z 10</i>
	Název	Řešený příklad: Prostě uložená spřažená strupnice		
	Eurokód	<i>EN 1994-1-1</i>		
	Připravil	<i>Arnaud LEMAIRE</i>	Datum	<i>srpen 2005</i>
	Zkontroloval	<i>Alain Bureau</i>	Datum	<i>srpen 2005</i>

Klasifikace průřezu :

Parametr ε je odvozen z meze kluzu: $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y [\text{N/mm}^2]}} = 0,81$

[EN 1993-1-1](#)
[Tab. 5.2](#)

Pozn.: Klasifikace platí pro nespřažený nosník. Pro spřažený nosník je klasifikace příznivější.

Přečnívající část pásnice: pásnice rovnoměrně tlačená

(list 2 ze 3)

$$c = (b - t_w - 2 r) / 2 = (135 - 6,6 - 2 \times 15) / 2 = 49,2 \text{ mm}$$

$$c / t_f = 49,2 / 10,2 = 4,82 \leq 9 \quad \varepsilon = 7,29 \quad \text{Třída 1}$$

Vnitřní část stojiny:

[EN 1993-1-1](#)
[Tab. 5.2](#)

$$c = h - 2 t_f - 2 r = 270 - 2 \times 10,2 - 2 \times 15 = 219,6 \text{ mm}$$

$$c / t_w = 219,6 / 6,6 = 33,3 < 72 \quad \varepsilon = 58,3 \quad \text{Třída 1}$$

(list 1 ze 3)

Třída průřezu je nejvyšší třídou (tj. nejméně výhodnou) mezi pásnicí a stojinou, zde: třída 1

Takže ověření v mezním stavu únosnosti může být založeno na výpočtu plastické únosnosti průřezu, neboť třída je 1.

Účinná šířka betonové desky

Uprostřed rozpětí lze celkovou účinnou šířku určit podle:

$$b_{\text{eff},1} = b_0 + \sum b_{ei}$$

[EN 1994-1-1](#)
[Obr. 5.1](#)

b_0 je vzdálenost mezi sousedními spřahovacími prvky, zde $b_0 = 0$;

b_{ei} je hodnota účinné šířky betonové desky na každé straně stěny a bere se jako $b_{ei} = L_e / 8$, ne však větší než b_i

$$b_{\text{eff},1} = 0 + 7,5 / 8 = 0,9375 \text{ m, takže } b_{\text{eff}} = 2 \times 0,9375 = 1,875 \text{ m} < 3,0 \text{ m}$$

Na koncích lze celkovou účinnou šířku určit podle :


$$b_{\text{eff},0} = b_0 + \sum \beta_i b_{ei}$$

[EN 1994-1-1](#)
[Obr. 5.1](#)

kde $\beta_i = (0,55 + 0,025 L_e / b_{ei})$ ale $\leq 1,0$

$$= (0,55 + 0,025 \times 7,5 / 0,9375) = 0,75$$

$$b_{\text{eff},0} = 0 + 0,75 \times 7,5 / 8 = 0,703 \text{ m, takže } b_{\text{eff}} = 2 \times 0,703 = 1,406 \text{ m} < 3,0 \text{ m}$$

<p style="text-align: center;">VÝPOČET</p> 	Dokument č.	<i>SX014a-CZ-EU</i>	Strana	6 z 10
	Název	Řešený příklad: Prostě uložená spřažená strupnice		
	Eurokód	EN 1994-1-1		
	Připravil	Arnaud LEMAIRE	Datum	srpen 2005
	Zkontroloval	Alain Bureau	Datum	srpen 2005

Návrhová únosnost trnu ve třihu

Únosnost ve stříhu by měla být určena podle:

$$P_{Rd} = k_t \times \text{Min} \left(\frac{0,8 f_u \pi d^2 / 4}{\gamma_V}; \frac{0,29 \alpha d^2 \sqrt{f_{ck} E_{cm}}}{\gamma_V} \right)$$

$$h_{sc} / d = 100 / 19 = 5,26 > 4, \text{ tudíž } \alpha = 1$$

EN 1994-1-1
[§ 6.6.3.1](#)

Redukční součinitel (k_t)

Pro trapézový plech s žebry kolnými k podporujícímu nosníku, se redukční součinitel počítá podle:

$$k_t = \frac{0,7}{\sqrt{n_r}} \frac{b_0}{h_p} \left(\frac{h_{sc}}{h_p} - 1 \right) \text{ ale } \leq k_{tmax}$$

EN 1994-1-1
[§ 6.6.4.2](#)
[Tab. 6.2](#)

Kde: $n_r = 1$

$$h_p = 58 \text{ mm}$$

$$b_0 = 82 \text{ mm}$$

$$h_{sc} = 100 \text{ mm}$$


Takže, $k_t = \frac{0,7}{\sqrt{1}} \frac{82}{58} \left(\frac{100}{58} - 1 \right) = 0,717 \leq k_{tmax} = 0,75$

pro trapézový plech.

$$P_{Rd} = 0,717 \times \text{Min} \left(\frac{0,8 \times 450 \times \pi \times 19^2 / 4}{1,25}; \frac{0,29 \times 1 \times 19^2 \sqrt{25 \times 31000}}{1,25} \right) \cdot 10^{-3}$$

$$= 0,717 \times \text{Min}(81,66 \text{ kN} ; 73,73 \text{ kN})$$

$$P_{Rd} = 52,86 \text{ kN}$$

<p style="text-align: center;">VÝPOČET</p> 	Dokument č.	<i>SX014a-CZ-EU</i>	Strana	<i>7 z 10</i>
	Název	Řešený příklad: Prostě uložená spřažená strupnice		
	Eurokód	<i>EN 1994-1-1</i>		
	Připravil	<i>Arnaud LEMAIRE</i>	Datum	<i>srpen 2005</i>
	Zkontroloval	<i>Alain Bureau</i>	Datum	<i>srpen 2005</i>

Stupeň smykového spojení

Stupeň smykového spojení je určen podle:

$$\eta = \frac{N_c}{N_{c,f}}$$

Kde: N_c návrhová hodnota tlakové normálové síly v betonové desce
 $N_{c,f}$ je návrhová hodnota tlakové normálové síly v betonové desce s úplným smykovým spojením

Uprostřed rozpětí:

Tlaková normálová síla v betonové desce představuje úplné spojení.

A_c je průřezová plocha betonu, takže uprostřed rozpětí $A_c = b_{\text{eff}} h_c$

kde $h_c = h - h_p = 120 - 58 = 72$ mm, $A_c = 1875 \times 62 = 116300$ mm²

Takže, $N_{c,f} = 0,85 A_c f_{cd} = 0,85 A_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0,85 \times 116300 \times \frac{25}{1,5} 10^{-3} = 1647$ kN

Únosnost prvků spřažení omezuje normálovou sílu na:

$$N_c = 0,5 n P_{Rd} = 0,5 \times 36 \times 52,86 = 952$$
 kN

Takže, $\eta = \frac{N_c}{N_{c,f}} = \frac{952}{1647} = 0,578$

Hodnota η je menší než 1,0 takže spojení je neúplné.

Ověření ohybové únosnosti


Minimální stupeň spřažení

Minimální stupeň spřažení pro ocelový průřez se stejnými pásnicemi je dán podle:

$$\eta_{\min} = 1 - \left(\frac{355}{f_y} \right) (0,75 - 0,03 L_e) \text{ kde } L_e \leq 25$$

EN 1994-1-1
[§ 6.2.1.3 \(3\)](#)

EN 1994-1-1
[§ 6.6.1.2](#)

<p style="text-align: center;">VÝPOČET</p> 	Dokument č.	<i>SX014a-CZ-EU</i>	Strana	8 z 10
	Název	Řešený příklad: Prostě uložená spřažená strupnice		
	Eurokód	EN 1994-1-1		
	Připravil	<i>Arnaud LEMAIRE</i>	Datum	srpen 2005
	Zkontroloval	<i>Alain Bureau</i>	Datum	srpen 2005

L_e je vzdálenost v metrech mezi nulovými body na čáře ohybového momentu, v našem případě : $L_e = 7,5$ m

Takže, $\eta_{\min} = 1 - (355 / 355) (0,75 - 0,03 \times 7,50) = 0,475$

Potom, $\eta_{\min} = 0,475 < \eta = 0,578$ **vyhovuje**

Plastický moment únosnosti uprostřed rozpětí

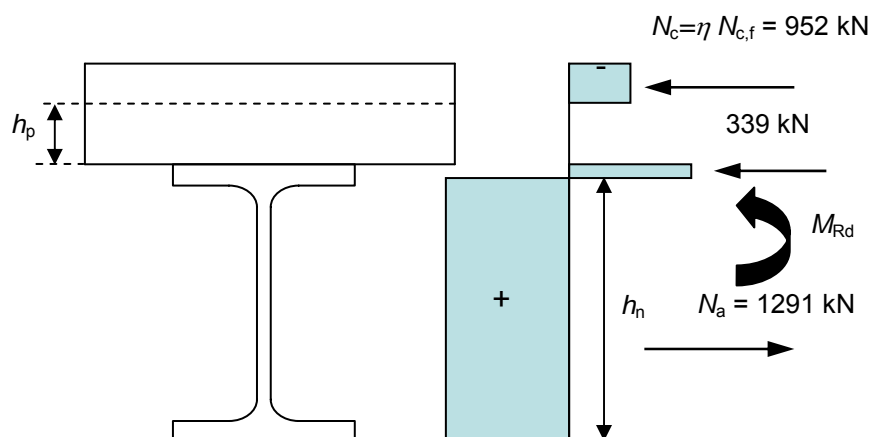
Návrhová hodnota normálové síly ocelového průřezu je dána:

$$N_{pl,a} = A_a f_y / \gamma_{M0} = 4595 \times 355 \times 10^{-3} / 1,0 = 1631 \text{ kN}$$

$$\text{So, } N_{pl,a} > N_c = \eta N_{c,f} = 952 \text{ kN}$$

U netuhých prvků spřažení a s průřezem ocelových nosníků třídy 1 se moment únosnosti kritického průřezu nosníku M_{Rd} uprostřed rozpětí vypočte pomocí teorie plasticity až na to, že se místo síly N_{cf} použije redukovaná hodnota tlakové síly v betonové desce N_c

V našem případě je rozdělení plastických napětí :



Poloha neutrální osy je: $h_n = 263$ mm

Návrhová ohybová únosnost spřaženého průřezu je :


$$M_{Rd} = 301,7 \text{ kNm}$$

Takže, $M_{y,Ed} / M_{Rd} = 172,2 / 301,7 = 0,57 < 1$ **vyhovuje**

EN 1994-1-1

[§ 6.6.1.2](#) a

[§ 6.2.1.3](#)

<p style="text-align: center;">VÝPOČET</p> 	Dokument č.	<i>SX014a-CZ-EU</i>	Strana	9 z 10
	Název	Řešený příklad: Prostě uložená spřažená strupnice		
	Eurokód	EN 1994-1-1		
	Připravil	Arnaud LEMAIRE	Datum	srpen 2005
	Zkontroloval	Alain Bureau	Datum	srpen 2005

Smyková únosnost

Plastická smyková únosnost závisí na smykové ploše ocelového nosníku, která se stanoví podle:

$$A_{v,z} = A - 2 b t_f + (t_w + 2 r) t_f$$

$$A_{v,z} = 4595 - 2 \times 135 \times 10,2 + (6,6 + 2 \times 15) \times 10,2 = 2214 \text{ mm}^2$$

EN 1993-1-1
[§ 6.2.6 \(3\)](#)

Plastická smyková únosnost

$$V_{pl,z,Rd} = \frac{A_{v,z} (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} = \frac{2214 \times (355 / \sqrt{3})}{1,0} 10^{-3} = 453,8 \text{ kN}$$

$$V_{z,Ed} / V_{pl,z,Rd} = 91,80 / 453,8 = 0,202 < 1 \quad \mathbf{OK}$$

EN 1994-1-1
[§ 6.2.2.2](#)

Ověření boulení ve smyku se nevyžaduje, pakliže:

$$h_w / t_w \leq 72 \varepsilon / \eta$$

η lze konzervativně brát jako 1,0

$$h_w / t_w = (270 - 2 \times 10,2) / 6,6 = 37,8 < 72 \times 0,81 / 1,0 = 58,3$$

vyhovuje

EN 1993-1-1
[§ 6.2.6 \(6\)](#)

Podélná smyková únosnost desky

Plastické podélné smykové napětí je dáno jako:

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \Delta x}$$

Kde $\Delta x = 7,5 / 2 = 3,75 \text{ m}$

EN 1992-1-1
[§ 6.2.4](#)
[Obr. 6.7](#)

Hodnota Δx je poloviční vzdálenost mezi řezem s nulovým momentem a řezem s maximálním momentem a my máme dvě oblasti pro smykovou únosnost.


$$\Delta F_d = N_c / 2 = 951,56 / 2 = 475,8 \text{ kN}$$

$$h_f = h - h_p = 120 - 58 = 62 \text{ mm}$$

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \Delta x} = \frac{475,8 \times 10^3}{62 \times 3750} = 2,05 \text{ N/mm}^2$$

Aby se zabránilo porušení betonové desky, měla by být splněna podmínka:

$$v_{Ed} < v_{fd} \sin \theta_f \cos \theta_f \quad \text{kde } v = 0,6[1 - f_{ck} / 250] \text{ a } \theta_f = 45^\circ$$

<p style="text-align: center;">VÝPOČET</p> 	Dokument č.	<i>SX014a-CZ-EU</i>	Strana	<i>10 z 10</i>
	Název	Řešený příklad: Prostě uložená sprážená strupnice		
	Eurokód	<i>EN 1994-1-1</i>		
	Připravil	<i>Arnaud LEMAIRE</i>	Datum	<i>srpen 2005</i>
	Zkontroloval	<i>Alain Bureau</i>	Datum	<i>srpen 2005</i>
$v_{Ed} < 0,6 \times \left[1 - \frac{25}{250} \right] \times \frac{25}{1,5} \times 0,5 = 4,5 \text{ N/mm}^2 \quad \text{vyhovuje}$				
<p>Pro příčné vyztužení by měla být splněna nerovnost:</p> $A_{sf} f_{yd} / s_f \geq v_{Ed} h_f / \cot \theta_f \quad \text{kde } f_{yd} = 500 / 1,15 = 435 \text{ N/mm}^2$				
<p>Uvažujme vzdálenost vložek $s_f = 250 \text{ mm}$ a zanedbáme vliv ocelového trapézového plechu</p> $A_{sf} \geq \frac{2,05 \times 62 \times 250}{435 \times 1,0} = 73,05 \text{ mm}^2$				
<p>Můžeme použít vložky o průměru 10 mm ($78,5 \text{ mm}^2$) v osové vzdálenosti 250 mm v účinné šířce betonové desky.</p>				
<u>Ověření mezního stavu použitelnosti</u>				
Kombinace v mezním stavu použitelnosti				
$G + Q = 9,80 + 7,50 = 17,30 \text{ kN/m}$				
<p>Průhyb od $G+Q$: $w = \frac{5(G+Q)L^4}{384 E I_y}$</p>				
<p>Kde I_y závisí na poměru modulů pružnosti (n) závislém na druhu zatížení. Pro zjednodušení můžeme vzít :</p>				
$n_0 = E_a / E_{cm} = 210\,000 / 33\,000 = 6,36 \text{ pro primární účinky } (Q)$				
<p>Tak $I_y = 24\,540 \text{ cm}^4$ uprostřed rozpětí</p>				
$A n = 3E_a / E_{cm} = 19,08 \text{ pro stálé zatížení } (G)$				
<p>Tak $I_y = 18\,900 \text{ cm}^4$</p>				
$w = \frac{5 \times 7,5^4}{384 \times 210000} \left(\frac{9,80}{18900 \times 10^{-8}} + \frac{7,50}{24540 \times 10^{-8}} \right) = 16 \text{ mm}$				
<p>Průhyb od $(G+Q)$ je $L/469$</p>				
<p>Pozn. 1: Mezní hodnotu průhybu by měl stanovit objednatel. Národní příloha může stanovit některé meze. v našem případě lze výsledek považovat za plně uspokojivý.</p>				
<p>Pozn. 2: Národní příloha může stanovit mezní hodnoty týkající se kmitání. V našem případě je celkový průhyb malý a podle zkušeností není žádný problém s kmitáním.</p>				
			EN 1990	§ 6.5.3
			EN 1994-1-1	§ 7.3.1
			EN 1994-1-1	§ 7.3.2

Quality Record

RESOURCE TITLE	Example: Simply supported secondary composite beam		
Reference(s)			
ORIGINAL DOCUMENT			
	Name	Company	Date
Created by	Arnaud LEMAIRE	CTICM	14/6/05
Technical content checked by	Alain BUREAU	CTICM	14/6/05
Editorial content checked by	D C Iles	SCI	16/9/05
Technical content endorsed by the following STEEL Partners:			
1. UK	G W Owens	SCI	16/9/05
2. France	A Bureau	CTICM	16/9/05
3. Germany	A Olsson	SBI	15/9/05
4. Sweden	C Müller	RWTH	14/9/05
5. Spain	J Chica	Labein	16/9/05
Resource approved by Technical Coordinator	G W Owens	SCI	10/7/06
TRANSLATED DOCUMENT			
This Translation made and checked by:	T. Rotter	CTU in Prague	31/7/07
Translated resource approved by:	J. Macháček	CTU in Prague	31/7/07
National technical contact:	F. Wald	CTU in Prague	