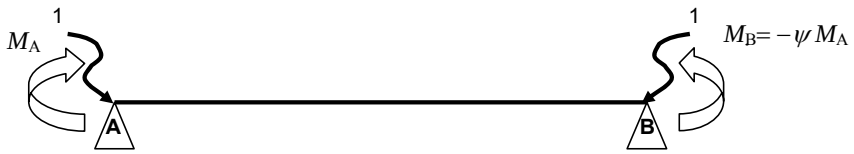
Řešený příklad: Nosník s kopením namáhaný koncovými momenty

Tento příklad seznamuje s detailním posouzením prostě podepřeného nosníku, zatíženého koncovými momenty. Nosník je příčně držen pouze v podporách.



1 : Příčné držení nosníku

S $0 \le \psi \le 1$

Znaménková konvence pro působící momenty je kladná proti směru hodinových ručiček, jak je vidět na obrázku. Tedy záporné momenty v tomto příkladu jsou v podpoře A a kladné v podpoře B.

Konvence pro vnitřní ohybové momenty je stanovena tak, že kladný moment vyvolá tlak v horní přírubě. ψ je poměr mezi vnitřními ohybovými momenty na obou koncích nosníku a v tomto příkladu je jeho hodnota kladná.

Nosník je navržen z válcovaného I profilu ohýbaného kolem tuhé osy. Příčně držen je pouze v podporách. Příklad zahrnuje:

- klasifikaci průřezu,
- výpočet únosnosti v ohybu včetně zjednodušené metody pro klopení (ztrátu příčné a torzní stability),
- výpočet únosnosti ve smyku,
- výpočet průhybu v mezním stavu použitelnosti.

Průřezy třídy 4 nejsou zahrnuty.

Dílčí součinitelé spolehlivosti

EN 1990

- $\gamma_G = 1{,}35$ (stálé zatížení)
- $\gamma_Q = 1{,}50$ (nahodilé zatížení)

EN 1993-1-1 § 6.1 (1)

- $\gamma_{M0} = 1{,}0$
- $\gamma_{M1} = 1{,}0$

Vstupní data

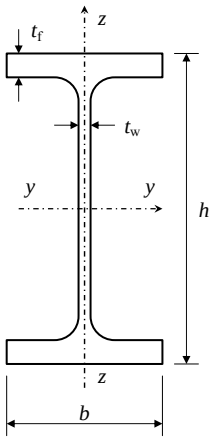
Jedná se o návrh nespřaženého nosníku vícepatrové budovy pro níže uvedená vstupní data. Předpokládá se, že nosník je příčně držen pouze v podporách.

- Rozpětí: $L = 9{,}80$ m
- Koncový moment (A) způsobený stálým zatížením: $M_{G,A} = -5$ kNm
- Koncový moment (B) způsobený stálým zatížením: $M_{G,B} = 5$ kNm
- Koncový moment v podpoře (A) způsobený nahodilým zatížením: $M_{Q,A} = -55$ kNm
- Koncový moment v podpoře (B) způsobený nahodilým zatížením: $M_{Q,B} = 35{,}2$ kNm

- Třída oceli: S355

Návrh IPE 500 – ocel S355 — Euronorm 19-57

Výška	$h = 500$ mm
Šířka	$b = 200$ mm
Tloušťka stěny	$t_w = 10{,}2$ mm
Tloušťka příruby	$t_f = 16$ mm
Zaoblení	$r = 21$ mm



Plocha průřezu	$A = 115{,}5\ \text{cm}^2$
Moment setrvačnosti /yy	$I_y = 48200\ \text{cm}^4$
Moment setrvačnosti /zz	$I_z = 2142\ \text{cm}^4$
Moment setrvačnosti v kroucení	$I_t = 89{,}29\ \text{cm}^4$
Výsečový moment setrvačnosti	$I_w = 1249000\ \text{cm}^6$
Pružný průřezový modul /yy	$W_{el,y} = 1928\ \text{cm}^3$
Plastický průřezový modul /yy	$W_{pl,y} = 2194\ \text{cm}^3$
Poloměr setrvačnosti /zz	$i_z = 4{,}31\ \text{cm}$

Vlastní tíha nosníku je zanedbána.

Kombinace pro MSÚ :

Ohybový moment v podpoře (A) :

$$-(\gamma_G M_{G,A} + \gamma_Q M_{Q,A}) = -[1{,}35 \times (-5) + 1{,}50 \times (-55)] = 89{,}3\ \text{kNm}$$

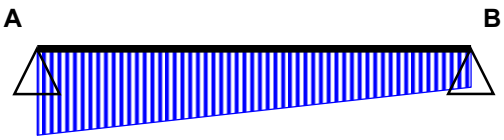
EN 1990 § 6.4.3.2 Výraz 6.10

Ohybový moment v podpoře (B) :

$$\gamma_G M_{G,B} + \gamma_Q M_{Q,B} = 1{,}35 \times 5 + 1{,}50 \times 35{,}2 = 59{,}5\ \text{kNm}$$

Poměr koncových ohybových momentů: $\psi = 59{,}5 / 89{,}3 = 0{,}666$

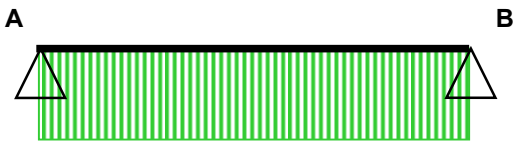
Průběh momentů



Maximální moment vznikne v podpoře A:

$M_{y,Ed} = +89{,}3\ \text{kNm}$

Průběh posouvajících sil



Smyková síla je po délce nosníku konstantní:

$V_{z,Ed} = (89{,}3 - 59{,}5) / 9{,}80 = 3{,}04\ \text{kN}$

Mez kluzu

Ocel třídy S355

Největší tloušťka je 16 mm < 40 mm, takže: $f_y = 355$ N/mm^2

EN 1993-1-1 Tabulka 3.1

Poznámka : Národní příloha může zavést hodnoty f_y buď z tabulky 3.1 nebo z materiálových listů.

Klasifikace průřezu :

Parametr ε vyplývá z meze kluzu: $\varepsilon = \sqrt{\dfrac{235}{f_y\ [\text{N/mm}^2]}} = 0{,}81$

EN 1993-1-1 Tabulka 5.2 (list 2 ze 3)

Přečnívající části pásnice: rovnoměrně tlačená pásnice

$c = (b - t_w - 2\,r) / 2 = (200 - 10{,}2 - 2 \times 21) / 2 = 73{,}9$ mm

$c/t_f = 73{,}9 / 16 = 4{,}62 \quad \leq \quad 9\,\varepsilon = 7{,}29$ Třída 1

Vnitřní tlačená část: stojina v prostém ohybu

EN 1993-1-1 Tabulka 5.2 (list 1 ze 3)

$c = h - 2\,t_f - 2\,r = 500 - 2 \times 16 - 2 \times 21 = 426$ mm

$c\ /\ t_w = 426 / 10{,}2 = 41{,}76 \quad < \quad 72\,\varepsilon = 58{,}32$ Třída 1

Třídu průřezu určuje nejvyšší ze tříd (tj. nejméně příznivá) stanovených pro pásnici a stojinu, zde : Třída 1

Posouzení MSÚ má být provedeno pro plastickou únosnost průřezu, protože se jedná o první třídu.

Moment únosnosti

Návrhová únosnost průřezu v ohybu je:

EN 1993-1-1 § 6.2.5

$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = W_{pl,y}\,f_y\ /\ \gamma_{M0} = (2194 \times 355 / 1{,}0) / 1000$

$M_{c,Rd} = 778{,}87$ kNm

$M_{y,Ed}\ /\ M_{c,Rd} = 89{,}3 / 778{,}87 = 0{,}115 \quad < \quad 1$ **Vyhoví**

Redukční součinitel klopení (součinitel ztráty příčné a torzní stability)

K určení návrhové únosnosti při klopení (únosnosti při ztrátě příčné a torzní stability) nosníku bez příčného držení se musí stanovit součinitel klopení. Následující výpočet určí tento součinitel zjednodušenou metodou pro klopení (ztrátu příčné a torzní stability). Tato metoda vynechává výpočet pružného kritického momentu při klopení.

Poměrná štíhlost

Poměrná štíhlost může být získána zjednodušenou metodou pro ocel třídy S355:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \frac{L/i_z}{85} = \frac{980/4{,}31}{85} = 2{,}675$$

Viz SN002

Pro válcované průřezy platí $\bar{\lambda}_{LT,0} = 0{,}4$

EN 1993-1-1 § 6.3.2.3(1)

Poznámka : Hodnota $\bar{\lambda}_{LT,0}$ může být stanovena v národní příloze. Doporučená hodnota je 0,4.

Odtud $\bar{\lambda}_{LT} = 2{,}675 > \bar{\lambda}_{LT,0} = 0{,}4$

Součinitel klopení

Pro válcované průřezy se součinitel klopení vypočítá ze:

EN 1993-1-1 § 6.3.2.3(1)

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{ale} \quad \begin{cases} \chi_{LT} \le 1.0 \\ \chi_{LT} \le \dfrac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases}$$

kde: $\phi_{LT} = 0{,}5\left[1 + \alpha_{LT}\left(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}\right) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2\right]$

α_{LT} je součinitel imperfekce při boulení. Použije-li se metoda platná pro válcované průřezy, křivka klopení se vybírá podle tabulky 6.5:

EN 1993-1-1 Tabulka 6.5

Pro $h/b = 500 / 200 = 2{,}5 > 2$ křivka c ($\alpha_{LT} = 0{,}49$)

Tabulka 6.3

$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0{,}4$ a $\beta = 0{,}75$

Poznámka: Hodnoty $\bar{\lambda}_{LT,0}$ a β mohou být stanoveny v národní příloze. Doporučené hodnoty jsou 0,4 a 0,75.

Výpočtem: $\phi_{LT} = 0{,}5\left[1 + 0{,}49\left(2{,}675 - 0{,}4\right) + 0{,}75 \times (2{,}675)^2\right] = 3{,}741$

a dále: $\chi_{LT} = \dfrac{1}{3{,}741 + \sqrt{(3{,}741)^2 - 0{,}75 \times (2{,}675)^2}} = 0{,}150$

Kontrola: $\chi_{LT} = 0{,}150 \quad < \quad 1{,}0$

ale: $\chi_{LT} = 0{,}150 \quad > \quad 1 / \bar{\lambda}_{LT}^2 = 0{,}140$

Tedy: $\chi_{LT} = 0{,}140$

Vliv průběhu momentu na návrhový moment únosnost při klopení nosníku se získá pomocí součinitele *f*: EN 1993-1-1 § 6.3.2.3 (2)

$$f = 1 - 0{,}5\,(1 - k_c)\left[1 - 2\,(\bar{\lambda}_{LT} - 0{,}8)^2\right] \quad \text{ale} \le 1$$

EN 1993-1-1 Tabulka 6.6

kde: $\psi = 59{,}5 / 89{,}3 = 0{,}666$

$$k_c = \frac{1}{1{,}33 - 0{,}33 \times \psi} = \frac{1}{1{,}33\text{-}0{,}33 \times 0{,}666} = 0{,}9$$

Odtud: $f = 1 - 0{,}5\,(1 - 0{,}90)\,[1 - 2 \times (2{,}675 - 0{,}8)^2] = 1{,}301 \ge 1$ takže $f = 1{,}0$

Získáme: $\chi_{LT,mod} = \chi_{LT} / f = 0{,}140 / 1{,}0 = 0{,}140$

Návrhový moment únosnosti při klopení

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod}\, W_{pl,y}\, f_y / \gamma_{M1}$$

$$M_{b,Rd} = (0{,}140 \times 2194000 \times 355 / 1{,}0) \times 10^{-6} = 109 \text{ kNm}$$

EN 1993-1-1 § 6.3.2.1

$$M_{y,Ed} / M_{b,Rd} = 89{,}3 / 109 = 0{,}819 \quad < \quad 1 \quad \textbf{Vyhoví}$$

Smyková únosnost

Nedochází-li ke kroucení průřezu, závisí plastická smyková únosnost na smykové ploše, která je dána jako: EN 1993-1-1 § 6.2.6 (3)

$$A_{v,z} = A - 2\,b\,t_f + (t_w + 2\,r)\,t_f$$

$$A_{v,z} = 11550 - 2 \times 200 \times 16 + (10{,}2 + 2 \times 21) \times 16 = 5985 \text{ mm}^2$$

Smyková plastická únosnost EN 1993-1-1 § 6.2.6 (2)

$$V_{pl,z,Rd} = \frac{A_{v,z}\,(f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} = \frac{5985 \times (355 / \sqrt{3}) \times 10^{-3}}{1{,}0} = 1226 \text{ kN}$$

$$V_{z,Ed} / V_{pl,z,Rd} = 3{,}04 / 1226 = 0{,}002 \quad < \quad 1 \quad \textbf{Vyhoví}$$

Je třeba poznamenat, že posouzení na boulení při smyku není nutné, pokud:

$h_w / t_w \leq 72\ \varepsilon / \eta$ — EN 1993-1-1 § 6.2.6 (6)

η lze konzervativně brát rovno 1,0

$h_w / t_w = (500 - 2 \times 16) / 10{,}2 = 45{,}9 \quad < \quad 72 \times 0{,}81 / 1{,}0 = 58{,}3$

Posouzení mezního stavu použitelnosti

Kombinace zatížení v MSP — EN 1990 § 6.5.3

Ohybový moment v podpoře A :

$-(M_{G,A} + M_{Q,A}) = -(-5 - 55) = 60$ kNm

Ohybový moment v podpoře B :

$M_{G,B} + M_{Q,B} = 5 + 35{,}2 = 40{,}2$ kNm

Průhyb od koncových momentů:

Největší průhyb je vypočten z hodnot koncových momentů a vlastností nosníku. Místo největšího průhybu je vypočteno podle:

$$x_{max} = \frac{\psi + 2}{3 + \sqrt{3(1 + \psi + \psi^2)}} L$$

$$x_{max} = \frac{0{,}67 + 2}{3 + \sqrt{3(1 + 0{,}67 + 0{,}67^2)}} \times 9{,}8 = 4{,}739\ \text{m}$$

Největší průhyb je:

$$w = \frac{M_A}{EI}\left[\frac{\psi - 1}{6L} x_{max}^3 + \frac{1}{2} x_{max}^2 - \frac{2 + \psi}{6} L x_{max}\right]$$

$$w = \frac{60 \times 10^6}{210000 \times 48200 \times 10^4}\left[\frac{0{,}67 - 1}{6 \times 9800} 4739^3 + \frac{1}{2} 4739^2 - \frac{2 + 0{,}67}{6} 9800 \times 4739\right]$$

$= 5{,}9$ mm

Tento průhyb činí $L/1690$.

Poznámka 1: Omezení průhybu má být specifikováno zákazníkem. Některá omezení může stanovit národní příloha. Výsledný průhyb lze považovat za plně vyhovující. — EN 1993-1-1 § 7.2.1

Poznámka 2: Pokud se týká vibrací, může národní příloha stanovit omezení pomocí vlastní frekvence. Výše vypočtený průhyb je tak malý, že žádný problém s vibracemi nenastane. — EN 1993-1-1 § 7.2.3

Quality Record

RESOURCE TITLE	Example: Unrestrained beam with end moments		
Reference(s)			
ORIGINAL DOCUMENT			
	Name	**Company**	**Date**
Created by	Arnaud Lemaire	CTICM	13/4/05
Technical content checked by	Alain Bureau	CTICM	13/4/05
Editorial content checked by	D C Iles	SCI	24/8/05
Technical content endorsed by the following STEEL Partners:			
1. UK	G W Owens	SCI	7/7/05
2. France	A Bureau	CTICM	17/8/05
3. Germany	A Olsson	SBI	8/8/05
4. Sweden	C Muller	RWTH	10/8/05
5. Spain	J Chica	Labein	12/8/05
Resource approved by Technical Coordinator	G W Owens	SCI	7/7/06
TRANSLATED DOCUIMENT			
This Translation made and checked by:	M. Eliášová	CTU in Prague	31/7/07
Translated resource approved by:	J. Macháček	CTU in Prague	31/7/07
National technical contact	F. Wald	CTU in Prague	