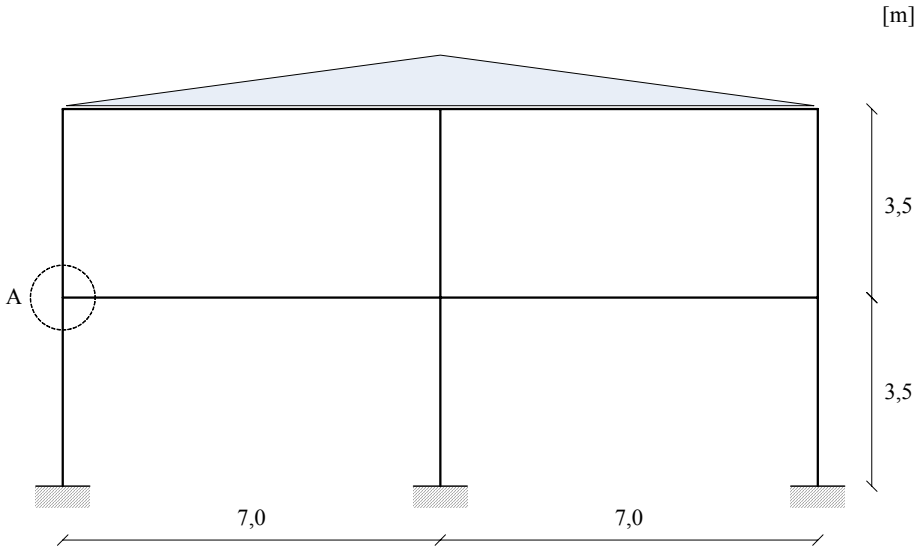
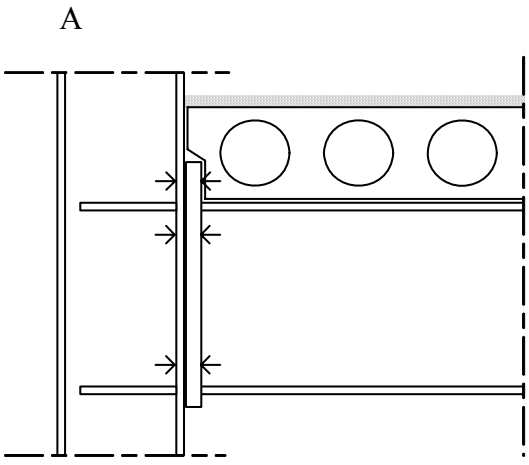
Řešený příklad: Stabilita prutové konstrukce s posuvem styčníků

Tento příklad řeší celkovou stabilitu prutové konstrukce a stabilitu s posuvem styčníků. Řešen je nevyztužený dvoupodlažní rám budovy.

Předmětem tohoto příkladu je dvoupodlažní budova podle obrázku níže. Vzdálenost mezi příčnými vazbami je s = 10 m.



Všechny styčníky jsou navrženy jako tuhé podle obrázku.



Vstupní data příčné vazby:

Vnější sloupy HEA 200, S355

Moment setrvačnosti $I_y = 3692 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

Vnitřní sloupy HEA 220, S355

Moment setrvačnosti $I_y = 5410 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

Horní nosníky IPE 400, S355

Moment setrvačnosti $I_y = 23130 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

Dolní nosníky IPE 450, S355

Moment setrvačnosti $I_y = 33740 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$

Zatížení:

Na konstrukci působí následující zatížení.

Stálá zatížení:

Deska	$g_{slab} = 4{,}0 \text{ kN/m}^2$
Podlaha	$g_{ffin} = 0{,}8 \text{ kN/m}^2$
Ocelová konstrukce	$g_s = 0{,}3 \text{ kN/m}^2$
Příčky	$g_W = 0{,}5 \text{ kN/m}^2$
Podhled	$g_{sc} = 0{,}2 \text{ kN/m}^2$
Instalace	$g_I = 0{,}2 \text{ kN/m}^2$
Střecha vč. izolace	$g_{roof} = 0{,}4 \text{ kN/m}^2$

Nahodilá zatížení:

Vnitřní užitné zatížení	$q = 2{,}5 \text{ kN/m}^2$
Sníh	$q_{snow} = 1{,}0 \text{ kN/m}^2$
Vítr - tlak	$q_{wind1} = 0{,}5 \cdot 0{,}75 = 0{,}375 \text{ kN/m}^2$
Vítr - sání	$q_{wind2} = 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}2 \text{ kN/m}^2$

Součinitele zatížení:

- $\gamma_G = 1{,}35$ (stálá zatížení) — EN 1990
- $\gamma_Q = 1{,}5$ (nahodilá zatížení)
- $\psi_0 = 0{,}7$ (užitné zatížení a zatížení sněhem)

Návrhová zatížení:

Návrhová zatížení jsou vypočtena se zatížením větrem jako s rozhodujícím. EN1990 §6.4.3.2 (6.10)

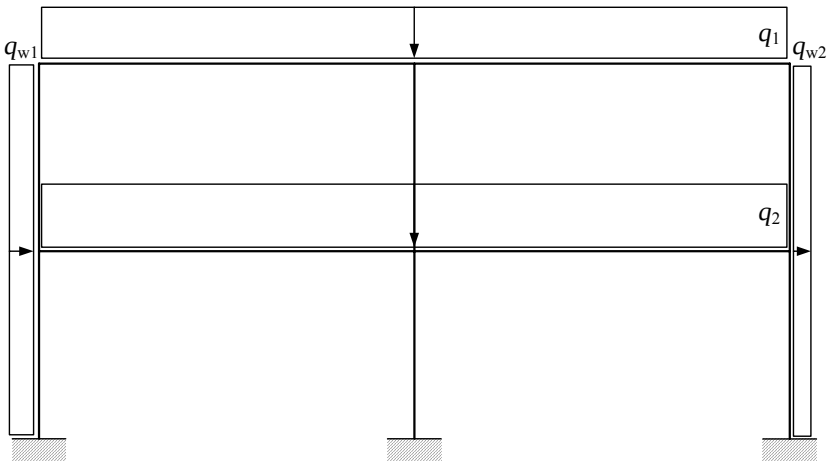
$$q_1 = (\gamma_G \cdot (g_{roof} + g_{slab} + g_s + g_I + g_{sc}) + \gamma_Q \cdot \psi_0 \cdot q_{snow}) \cdot s = 82{,}1 \text{ kN/m}$$

$$q_2 = (\gamma_G \cdot (g_{ffin} + g_W + g_{slab} + g_s + g_I + g_{sc}) + \gamma_Q \cdot \psi_0 \cdot q) \cdot s = 107{,}3 \text{kN/m}$$

$$q_{w1} = 1{,}5 \cdot q_{wind1} \cdot s = 5{,}6 \text{ kN/m}$$

$$q_{w2} = 1{,}5 \cdot q_{wind2} \cdot s = 3{,}0 \text{ kN/m}$$

Obrázek níže ukazuje návrhová zatížení na konstrukci.



Posoudí se, zda lze zanedbat imperfekce ve tvaru naklonění. EN 1993-1-1 §5.3.2 (4)B

$$H_{Ed} \geq 0{,}15 \cdot V_{Ed}$$

$$H_{Ed} = (q_{w1} + q_{w2}) \cdot h = (5{,}6 + 3{,}0) \cdot 7 = 60{,}2 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = (q_1 + q_2) \cdot L = (82{,}1 + 107{,}3) \cdot 14 = 2651{,}6 \text{ kN}$$

$$H_{Ed} = 60{,}2 < 0{,}15 \cdot 2651{,}6 = 398 = 0{,}15 \cdot V_{Ed}$$

Imperfekce ve tvaru naklonění se musí uvažovat.

Výpočet imperfekcí ve tvaru počátečního naklonění: EN 1993-1-1 §5.3.2 (3)

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$

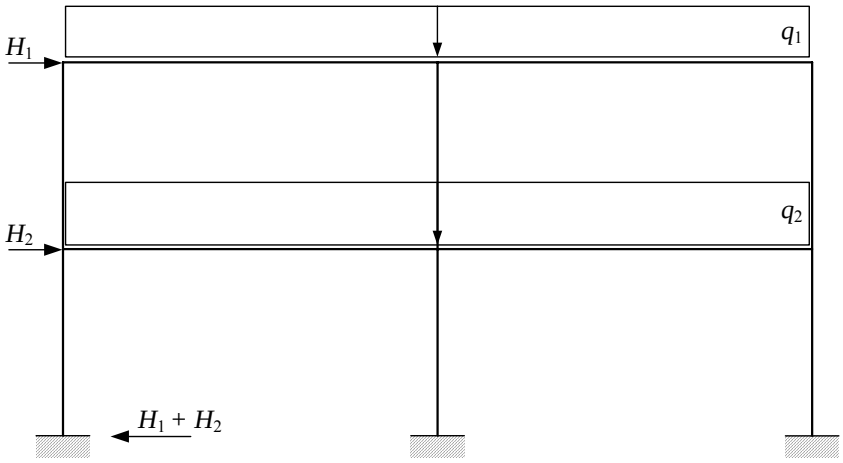
$$\phi_0 = \frac{1}{200}$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}}$$ kde h je výška konstrukce v metrech

$$\alpha_m = \sqrt{0{,}5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$$ kde m počet sloupů v řadě

$$\phi = \frac{1}{200} \cdot \frac{2}{\sqrt{7{,}0}} \cdot \sqrt{0{,}5 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right)} = 3{,}09 \cdot 10^{-3}$$

Výpočet náhradních vodorovných sil H_1 a H_2 od počátečního naklonění: EN 1993-1-1 §5.3.2 (7)



$$H_1 = \phi \cdot q_1 \cdot L = 3{,}09 \cdot 10^{-3} \cdot 82{,}1 \cdot 14 = 3{,}55 \text{ kN}$$

$$H_2 = \phi \cdot q_2 \cdot L = 3{,}09 \cdot 10^{-3} \cdot 107{,}3 \cdot 14 = 4{,}64 \text{ kN}$$

Určení náchylnosti k vybočení s patrovým posuvem α_{cr}:

Existují různé způsoby výpočtu α_{cr}. Jedna z nich, uvedená v EN 1993-1-1 §5.2.1 (4)B, je popsána níže jako první. Další vychází ze stabilitní analýzy metodou konečných prvků. Ta je též popsána a použita níže. Vliv patrového posuvu lze zanedbat, je-li splněna následující podmínka:

Viz NCCI SN001

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10$$

EN 1993-1-1 §5.2.1 (3)

Určení náchylnosti k vybočení s patrovým posuvem pro každé podlaží:

EN 1993-1-1 §5.2.1 Rovnice (5.2)

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_{Ed}}{V_{Ed}}\right)\left(\frac{h}{\delta_{H,Ed}}\right)$$

H_{Ed} je vodorovná síla. V tomto příkladu se použije pouze náhradní vodorovná síla..

V_{Ed} je celkové svislé návrhové zatížení konstrukce v patě uvažovaného podlaží.

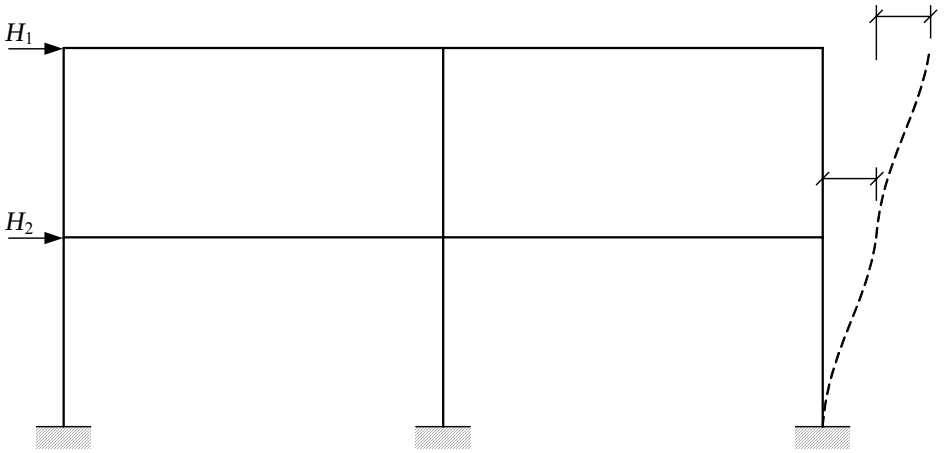
Viz NCCI SN001

$\delta_{H,Ed}$ je vodorovný posun ve vrcholu podlaží od vodorovného zatížení.

EN 1993-1-1 Obrázek 5.1

h je výška podlaží.

Vodorovný posun v každém podlaží od náhradního vodorovného zatížení se vypočte pomocí statického software pro prutové konstrukce. Posuny $\delta_{H,Ed1}$ a $\delta_{H,Ed2}$ jsou na obrázku níže.



$\delta_{H,Ed1}$ = 0,69 mm

$\delta_{H,Ed2}$ = 1,23 mm

Celkové svislé zatížení na dvě podlaží:

$$V_{Ed1} = q_1 \cdot L = 82{,}1 \cdot 14 = 1149{,}4 \text{ kN}$$

$$V_{Ed2} = q_2 \cdot L = 107{,}3 \cdot 14 = 1502{,}2 \text{ kN}$$

α_{cr} pro horní podlaží:

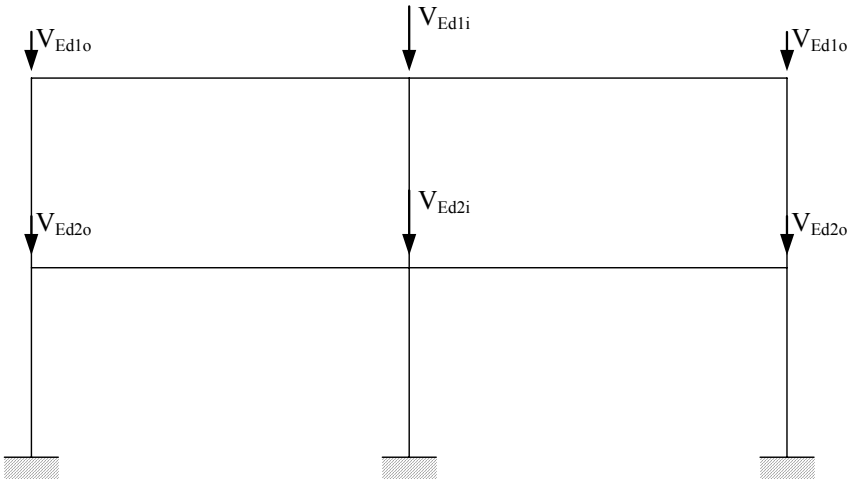
$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_1}{V_{Ed1}}\right)\left(\frac{h}{\delta_{H,Ed1}}\right) = \left(\frac{3{,}55}{1149{,}4}\right)\left(\frac{3500}{0{,}69}\right) = 15{,}66 > 10$$

α_{cr} pro dolní podlaží:

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_1 + H_2}{V_{Ed1} + V_{Ed2}}\right)\left(\frac{h}{\delta_{H,Ed2}}\right) = \left(\frac{3{,}55 + 4{,}64}{1149{,}4 + 1502{,}2}\right)\left(\frac{3500}{1{,}23}\right) = 8{,}79 < 10$$

Účinky patrového posuvu nelze pro tuto konstrukci zanedbat.

Druhou alternativou je použít pro určení α_{cr} řešení programem konečnými prvky. V takovém případě se uvažují pouze svislá zatížení, zavedená do uzlů konstrukce podle obrázku.



Ze stabilitní analýzy lze α_{cr} přímo určit:

$$\alpha_{cr} = 7{,}51 < 10$$

Vliv patrového posuvu tudíž nelze zanedbat.

Jak je vidět, vedou obě metody k různým výsledkům. Stabilitní řešení konečnými prvky by mělo dát správné výsledky, neboť rovnice z EN 1993-1-1 je zjednodušením. V tomto případě dává konzervativní výsledek, protože sloupy mají konstantní průřez a horní část je méně zatížená než spodní. Avšak pro velké hodnoty α_{cr} je rozdíl v příspěvku od patrového posuvu spíše malý. V tomto příkladu se použije α_{cr} ze stabilitní analýzy metodou konečných prvků.

Určení, zda se musí uvažovat imperfekce ve tvaru počátečního prohnutí

Imperfekce ve tvaru počátečního prohnutí se mají uvažovat, pokud platí následující dvě podmínky: EN 1993-1-1 §5.3.2(6)

- nejméně jeden ohybově tuhý přípoj na konci prutu, a
- $\overline{\lambda} > 0{,}5\sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}}$

kde

N_{Ed} je návrhová hodnota tlakové síly

$\overline{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}}$ poměrná štíhlost pro vybočení v rovině, stanovená pro prut s kloubovým uložením na koncích. EN 1993-1-1 §6.3.1.2(1)

Podmínky lze zapsat následovně:

$$\sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} > 0{,}5\sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}}$$

$$N_{Ed} > 0{,}25 \cdot N_{cr}$$

Kritické síly pro sloupy za předpokladu kloubového uložení jsou:

Vnější sloupy, HEA 200

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 3692 \cdot 10^4}{3500^2} = 6247 \text{ kN}$$

Vnitřní sloupy, HEA 220

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 5410 \cdot 10^4}{3500^2} = 9153 \text{ kN}$$

Pruty, které přenášejí největší normálovou sílu, jsou spodní části vnějšího sloupu a vnitřního sloupu.

Normálová síla ve spodní části vnějšího sloupu pomocí výpočtu prvním řádem:

$$N_{\mathrm{Ed}} = 568 \text{ kN}$$

$$N_{\mathrm{Ed}} = 568 \text{ kN} < 1562 \text{ kN} = 0{,}25 \cdot N_{\mathrm{cr}}$$

Normálová síla ve spodní části vnitřního sloupu pomocí výpočtu prvním řádem:

$$N_{\mathrm{Ed}} = 1533 \text{ kN}$$

$$N_{\mathrm{Ed}} = 1533 \text{ kN} < 2288 \text{ kN} = 0{,}25 \cdot N_{\mathrm{cr}}$$

Protože pro tyto dva pruty podmínka neplatí, neplatí ani pro jiný prut a imperfekce ve tvaru počátečního prohnutí se proto nemusí uvažovat.

Výběr metody pro uvážení vlivu patrového posuvu

Účinky druhého řádu od patrového posuvu lze vypočítat podle teorie prvního řádu, pokud se vodorovná zatížení, např. větrem, a náhradní vodorovná zatížení zvětší součinitelem:

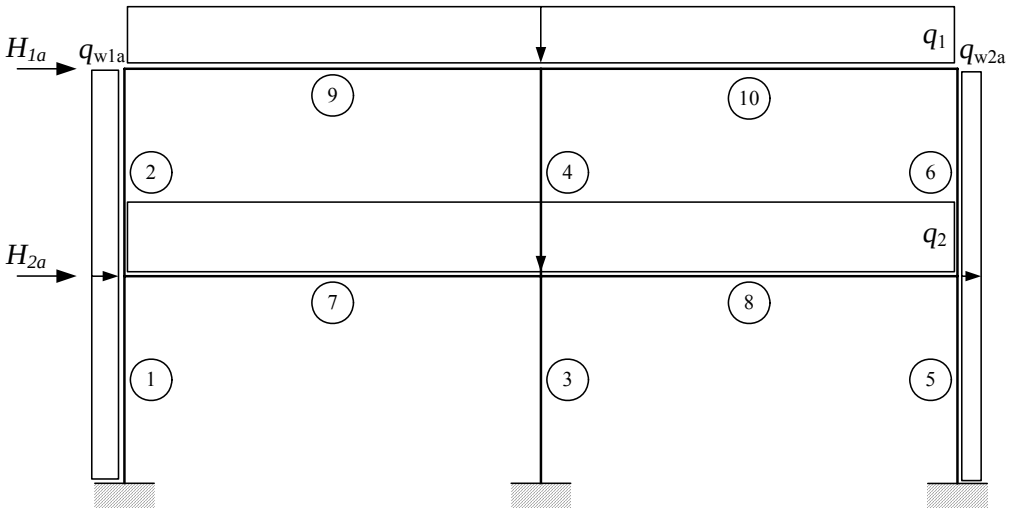
EN 1993-1-1 §5.2.2(5)B & (6)B

$$\frac{1}{1 - 1/\alpha_{\mathrm{cr}}}$$

za předpokladu, že $\alpha_{\mathrm{cr}} \geq 3{,}0$.

V tomto případu $\alpha_{\mathrm{cr}} = 7{,}51$ a tuto metodu lze tedy použít.

Při výpočtu podle teorie prvního řádu se budou uvažovat následující zatížení:



Čísla značí čísla prutů.

kde vodorovná zatížení označená *a* se zvětšují součinitelem

$$\frac{1}{1-1/\alpha_{cr}} = \frac{1}{1-1/7,51} = 1,15$$

tzn.

$$H_{1a} = 1,15 \cdot 3,55 = 4,08 \text{ kN}$$

$$H_{2a} = 1,15 \cdot 4,64 = 5,34 \text{ kN}$$

$$q_{w1a} = 1,15 \cdot 5,6 = 6,44 \text{ kN/m}$$

$$q_{w2a} = 1,15 \cdot 3,0 = 3,45 \text{ kN/m}$$

Návrhové vnitřní síly v prutech konstrukce:

V tabulce níže jsou uvedeny vnitřní síly ve všech prutech. Dvě hodnoty pro smykové síly a moment odpovídají dvěma koncům prutů. Pro sloupy je první hodnota pro spodní a druhá pro horní konec, pro nosníky je první hodnota pro levý a druhá pro pravý konec.

Prut	N_{Ed} [kN]	V_{Ed} [kN]		M_{Ed} [kNm]	
1	546,9	0,95	21,6	6,0	42,2
2	238,3	42,9	65,4	86,0	103,5
3	1533,1	26,9	26,9	48,4	45,8
4	668,4	9,6	9,6	16,3	17,3
5	570,9	50,8	38,7	67,5	89,1
6	242,7	72,0	59,9	114,0	116,8
7	16,0	308,6	442,1	128,2	595,4
8	33,3	422,5	328,2	533,3	203,2
9	69,5	238,3	336,4	103,5	446,8
10	59,9	332,0	242,7	429,5	116,8

Quality Record

RESOURCE TITLE	Sway stability		
Reference(s)			
ORIGINAL DOCUMENT			
	Name	**Company**	**Date**
Created by	Jonas Gozzi	SBI	30/4/05
Technical content checked by	Bernt Johansson	SBI	18/5/05
Editorial content checked by			
Technical content endorsed by the following STEEL Partners:			
1. UK	G W Owens	SCI	7/7/05
2. France	A Bureau	CTICM	17/8/05
3. Sweden	A Olsson	SBI	8/8/05
4. Germany	C Muller	RWTH	10/8/05
5. Spain	J Chica	Labein	12/8/05
Resource approved by Technical Coordinator	G W Owens	SCI	21/5/06
TRANSLATED DOCUMENT			
This Translation made and checked by: T. Vraný		CTU in Prague	31/7/07
Translated resource approved by:	J. Macháček	CTU in Prague	31/7/07
National technical contact	F. Wald	CTU in Prague	