

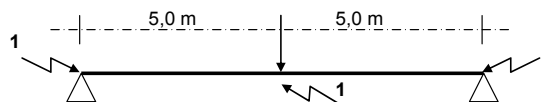
Dokument	<i>SX007a-CZ-EU</i>	Strana	<i>1 z 10</i>
Název	<i>Řešený příklad: Prostý nosník s příčným podepřením v působišti zatížení</i>		
Eurokód	<i>EN 1993-1-1</i>		
Vypracovali	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Datum	<i>duben 2005</i>
Kontroloval	<i>Alain BUREAU</i>	Datum	<i>duben 2005</i>

## Řešený příklad: Prostý nosník s příčným podepřením v působišti zatížení

*V tomto příkladu je řešen prostý nosník s příčným podepřením v podporách a v působišti zatížení.*

Na nosník působí následující spojitá zatížení:

- vlastní tíha nosníku
- betonová deska
- užitné zatížení



1 : Příčné podepření

Nosník je válcovaného průřezu I, ohýbaný okolo osy největší tuhosti.

Tento příklad zahrnuje:

- zatřídění průřezu,
- výpočet momentové únosnosti, včetně přesného výpočtu pružného kritického momentu pro klopení,
- výpočet smykové únosnosti včetně vlivu boulení,
- výpočet průhybu v mezním stavu použitelnosti.

### Dílčí součinitele

- $\gamma_G = 1,35$  (stálá zatížení)
- $\gamma_Q = 1,50$  (nahodilá zatížení)
- $\gamma_{M0} = 1,0$
- $\gamma_{M1} = 1,0$

EN 1990

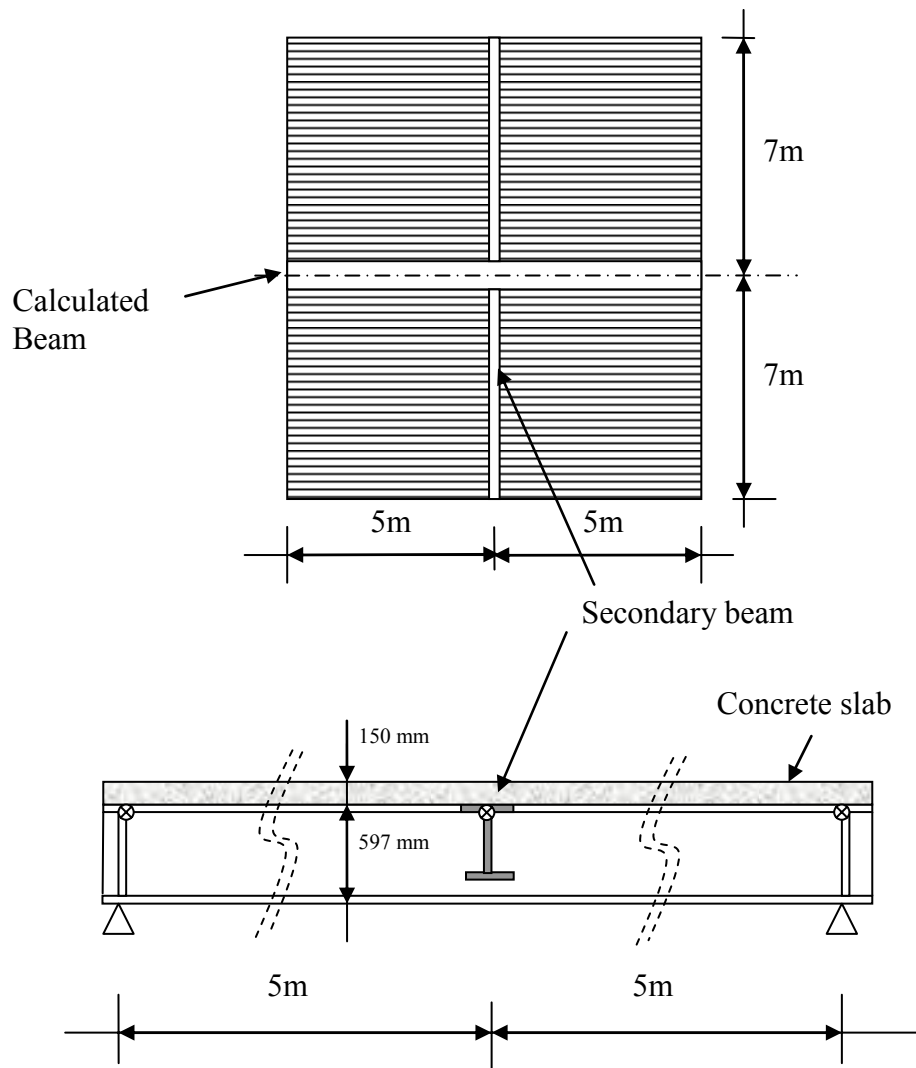
EN 1993-1-1

§ [6.1](#)(1)

Dokument	<i>SX007a-CZ-EU</i>	Strana	<i>2 z 10</i>
Název	<i>Řešený příklad: Prostý nosník s příčným podepřením v působišti zatížení</i>		
Eurokód	<i>EN 1993-1-1</i>		
Vypracovali	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Datum	<i>duben 2005</i>
Kontroloval	<i>Alain BUREAU</i>	Datum	<i>duben 2005</i>

### Vstupní data

Navrhněte nespřážený stropní nosník vícepodlažní budovy podle vstupních dat uvedených níže. K řešenému nosníku jsou ve středu rozpětí připojeny dvě stropnice. Předpokládá se, že nosník je příčně podepřen ve středu rozpětí a v podporách.



⊗ Restraints to lateral buckling

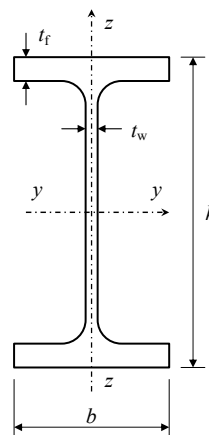
Dokument	<i>SX007a-CZ-EU</i>	Strana	<b>3</b> z <b>10</b>
Název	<i>Řešený příklad: Prostý nosník s příčným podepřením v působišti zatížení</i>		
Eurokód	<i>EN 1993-1-1</i>		
Vypracovali	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Datum	<i>duben 2005</i>
Kontroloval	<i>Alain BUREAU</i>	Datum	<i>duben 2005</i>

- Rozpětí : 10 m
- Stropnice:
  - Rozpětí: 7 m
  - Rozpětí desky : 5 m
- Tloušťka desky : 15 cm
- Stropnice 0,10 kN/m<sup>2</sup>
- Příčky a podhled: 0,50 kN/m<sup>2</sup>
- Užité zatížení: 2,50 kN/m<sup>2</sup>
- Objemová hmotnost betonu: 24 kN/m<sup>3</sup>
- Třída oceli: S355

Tíha desky:  $0,15 \times 24 \text{ kN/m}^3 = 3,6 \text{ kN/m}^2$


Návrh IPEA 600 – Třída oceli S355

výška	$h = 597 \text{ mm}$
šířka	$b = 220 \text{ mm}$
tloušťka stojiny	$t_w = 9,8 \text{ mm}$
tloušťka pásnice	$t_f = 17,5 \text{ mm}$
poloměr válcování	$r = 24 \text{ mm}$
hmotnost	108 kg/m



Euronorm  
19-57

Průřezová plocha	$A = 137 \text{ cm}^2$
Moment setrvačnosti y-y	$I_y = 82920 \text{ cm}^4$
Moment setrvačnosti z-z	$I_z = 3116 \text{ cm}^4$
Moment tuhosti v prostém kroucení	$I_t = 118,8 \text{ cm}^4$
Výsečový moment setrvačnosti	$I_w = 2607000 \text{ cm}^6$
Pružný průřezový modul y-y	$W_{el,y} = 2778 \text{ cm}^3$
Plastický průřezový modul y-y	$W_{pl,y} = 3141 \text{ cm}^3$

	Dokument	SX007a-CZ-EU	Strana	4 z 10
	Název	Řešený příklad: Prostý nosník s příčným podepřením v působišti zatížení		
	Eurokód	EN 1993-1-1		
	Vypracovali	Valérie LEMAIRE	Datum	duben 2005
	Kontroloval	Alain BUREAU	Datum	duben 2005

Vlastní tíha nosníku:  $q_G = (108 \times 9,81) \times 10^{-3} = 1,06 \text{ kN/m}$

Stálé zatížení:

$$F_G = (3,6 + 0,10 + 0,50) \times 5,0 \times 7,0 = 147 \text{ kN}$$

Nahodilé zatížení (užitné):

$$F_Q = 2,50 \times 5,0 \times 7,0 = 87,5 \text{ kN}$$

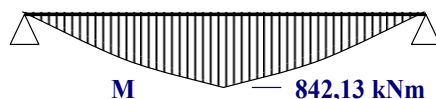
### Kombinace zatížení pro MSÚ :

$$\gamma_G q_G = 1,35 \times 1,06 = 1,43 \text{ kN/m}$$

$$\gamma_G F_G + \gamma_Q F_Q = 1,35 \times 147 + 1,50 \times 87,5 = 329,70 \text{ kN}$$

EN 1990  
§ [6.4.3.2](#)  
(6.10)

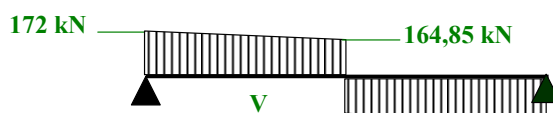
### Moment



Největší moment ve středu rozpětí:

$$M_{y,Ed} = 0,125 \times 1,43 \times 10,00^2 + 0,25 \times 329,70 \times 10 = 842,13 \text{ kNm}$$

### Smyková síla



Největší smyková síla v podporách:

$$V_{z,Ed} = 0,50 \times 1,43 \times 10,0 + 0,50 \times 329,70 = 172 \text{ kN}$$

Největší smyková síla ve středu rozpětí:

$$V_{z,Ed} = 0,50 \times 329,70 = 164,85 \text{ kN}$$


### Mez kluzu

Třída oceli S355

Největší tloušťka je 17,5 mm < 40 mm, tudíž:  $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$

EN 1993-1-1  
[Tabulka 3.1](#)

**Poznámka:** Národní příloha může stanovit, zda se hodnoty vezmou z tabulky 3.1 nebo z normy hutního výrobku.

	Dokument	<i>SX007a-CZ-EU</i>	Strana	<i>5</i> z <i>10</i>
	Název	<i>Řešený příklad: Prostý nosník s příčným podepřením v působišti zatížení</i>		
	Eurokód	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Vypracovali	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Datum	<i>duben 2005</i>
	Kontroloval	<i>Alain BUREAU</i>	Datum	<i>duben 2005</i>

### Zatřídění průřezu:

Parametr  $\varepsilon$  závisí na mezi kluzu:  $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y [\text{N/mm}^2]}} = 0,81$

#### **Přechínající část pásnic:** tlačená pásnice

$$c = (b - t_w - 2r) / 2 = (220 - 9,8 - 2 \times 24) / 2 = 81,10 \text{ mm}$$

$$c/t_f = 81,1 / 17,5 = 4,63 \leq 9 \quad \varepsilon = 7,29 \quad \text{Třída 1}$$

#### **Vnitřní tlačená část:** ohýbaná stojina

$$c = h - 2t_f - 2r = 597 - 2 \times 17,5 - 2 \times 24 = 514 \text{ mm}$$

$$c / t_w = 514 / 9,8 = 52,45 < 72 \quad \varepsilon = 58,32 \quad \text{Třída 1}$$

**Třída průřezu je vyšší (tj. nejméně příznivá) z třídy pro pásnici a stojinu; zde: třída 1**

Posouzení MSÚ bude tudíž založeno na plastické únosnosti průřezu.

### Momentová únosnost

Návrhová únosnost průřezu v ohybu je dána jako:

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = W_{pl,y} f_y / \gamma_{M0} = (3141 \times 355 / 1,0) / 1000$$

$$M_{c,Rd} = 1115 \text{ kNm}$$

$$M_{y,Ed} / M_{c,Rd} = 842,13 / 1115 = 0,755 < 1 \quad \text{VYHOVÍ}$$

EN 1993-1-1

[Tabulka 5.2](#)

(strana 1 ze 3)


EN 1993-1-1

[Tabulka 5.2](#)

(strana 1 ze 3)

EN 1993-1-1

§ [6.2.5](#)

	Dokument	<i>SX007a-CZ-EU</i>	Strana	<b>6</b> z <b>10</b>
	Název	<i>Řešený příklad: Prostý nosník s příčným podepřením v působišti zatížení</i>		
	Eurokód	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Vypracovali	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Datum	<i>duben 2005</i>
	Kontroloval	<i>Alain BUREAU</i>	Datum	<i>duben 2005</i>

### Součinitel klopení

K výpočtu návrhové momentové únosnosti nosníku při klopení musí být určen součinitel klopení. V následujícím výpočtu je tento součinitel určen pomocí výpočtu pružného kritického momentu při klopení.

### **Kritický moment při klopení**

Kritický moment lze vypočítat pomocí následujícího vztahu:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(k L_c)^2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k L_c)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g)^2} - C_2 z_g \right\}$$

$E$  je modul pružnosti:  $E = 210000 \text{ N/mm}^2$

$G$  je modul pružnosti ve smyku:  $G = 81000 \text{ N/mm}^2$

$L_c$  je vzdálenost příčných podpor:  $L_c = 5,0 \text{ m}$

Ve vztahu pro  $M_{cr}$  se zavádějí následující předpoklady:

$k = 1$ , protože není zabráněno natočení tlačené pásnice okolo osy nejmenší tuhosti průřezu,

$k_w = 1$ , protože není zabráněno deplanaci na koncích nosníku.

Součinitele  $C_1$  a  $C_2$  závisejí na tvaru momentového obrazce po délce úseku mezi příčnými podporami. Lze předpokládat, že průběh je lineární, tudíž

$$C_1 = 1,77 \text{ pro } k = 1$$

$$C_2 z_g = 0$$


Platí tedy:

$$\frac{\pi^2 E I_z}{(k L_c)^2} = \frac{\pi^2 \times 210000 \times 3116 \times 10^4}{(5000)^2} \times 10^{-3} = 2583 \text{ kN}$$

$$M_{cr} = 1,77 \times 2583 \times \left\{ \sqrt{\frac{2607000}{3116} \times 100 + \frac{81000 \times 1188000}{2583000}} \right\} \cdot 10^{-3}$$

$$M_{cr} = 1590 \text{ kNm}$$

Viz NCCI  
[SN005](#)

	Dokument	<i>SX007a-CZ-EU</i>	Strana	<i>7 z 10</i>
	Název	<i>Řešený příklad: Prostý nosník s příčným podepřením v působišti zatížení</i>		
	Eurokód	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Vypracovali	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Datum	<i>duben 2005</i>
	Kontroloval	<i>Alain BUREAU</i>	Datum	<i>duben 2005</i>

### Poměrná štíhlost

Poměrná štíhlost se určí ze vztahu:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{3141000 \times 355}{1590 \times 10^6}} = 0,837$$

Pro válcované profily  $\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$

**Poznámka:** Hodnoty  $\bar{\lambda}_{LT,0}$  se mohou stanovit v národní příloze. Doporučená hodnota je 0,4.

Tudíž  $\bar{\lambda}_{LT} = 0,837 > \bar{\lambda}_{LT,0}$

### Součinitel klopení

Pro válcované profily se součinitel klopení vypočítá následovně:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \text{ ale } \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}} \end{cases}$$

kde:  $\phi_{LT} = 0,5 \left[ 1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$

$\alpha_{LT}$  je součinitel imperfekce pro klopení. Pro válcované profily se křivka klopení určí z tabulky 6.5:

Pro  $h/b = 597 / 220 = 2,71 > 2 \Rightarrow$  křivka c  $\Rightarrow \alpha_{LT} = 0,49$

$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$  a  $\beta = 0,75$

**Poznámka:** Hodnoty  $\bar{\lambda}_{LT,0}$  a  $\beta$  se mohou stanovit v národní příloze. Doporučené hodnoty jsou 0,40 a 0,75.

Vychází:  $\phi_{LT} = 0,5 \left[ 1 + 0,49 (0,837 - 0,4) + 0,75 \times (0,837)^2 \right] = 0,870$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,870 + \sqrt{(0,870)^2 - 0,75 \times (0,837)^2}} = 0,740$$

EN 1993-1-1

§ [6.3.2.2](#) (1)

EN 1993-1-1

§ [6.3.2.3](#)(1)


EN 1993-1-1

§ [6.3.2.3](#) (1)

EN 1993-1-1

[Tabulka 6.5](#)

[Tabulka 6.3](#)

	Dokument	<i>SX007a-CZ-EU</i>	Strana	<b>8</b> z <b>10</b>
	Název	<i>Řešený příklad: Prostý nosník s příčným podepřením v působišti zatížení</i>		
	Eurokód	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Vypracovali	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Datum	<i>duben 2005</i>
	Kontroloval	<i>Alain BUREAU</i>	Datum	<i>duben 2005</i>

Ověření:  $\chi_{LT} = 0,740 < 1,0$

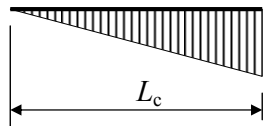
$$\chi_{LT} = 0,740 < 1 / \bar{\lambda}_{LT}^2 = 1,427$$

Vliv rozdělení momentu na návrhovou momentovou únosnost nosníku se dále zavede součinitelem  $f$ :

$$f = 1 - 0,5 (1 - k_c) \left[ 1 - 2 (\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \text{ ale } \leq 1$$

kde :  $k_c = \frac{1}{1,33 - 0,33 \times \psi}$  a  $\psi = 0$

Zjednodušený momentový diagram:



Tudíž:  $k_c = \frac{1}{1,33} = 0,752$

$$f = 1 - 0,5 (1 - 0,752) [1 - 2 (0,837 - 0,8)^2] = 0,876$$

Vychází:  $\chi_{LT,mod} = \chi_{LT} / f = 0,740 / 0,876 = 0,845$

### Návrhová momentová únosnost při klopení

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod} W_{pl,y} f_y / \gamma_{M1}$$

$$M_{b,Rd} = (0,845 \times 3141000 \times 355 / 1,0) \times 10^{-6} = 942,22 \text{ kNm}$$


$$M_{y,Ed} / M_{b,Rd} = 842,13 / 942,22 = 0,894 < 1 \text{ VYHOVÍ}$$

EN 1993-1-1  
§ [6.3.2.3](#) (2)

EN 1993-1-1  
[Tabulka 6.6](#)

EN 1993-1-1  
§ [6.3.2.1](#)



	Dokument	<i>SX007a-CZ-EU</i>	Strana	<b>9</b> z <b>10</b>
	Název	<i>Řešený příklad: Prostý nosník s příčným podepřením v působišti zatížení</i>		
	Eurokód	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Vypracovali	<i>Valérie LEMAIRE</i>	Datum	<i>duben 2005</i>
	Kontroloval	<i>Alain BUREAU</i>	Datum	<i>duben 2005</i>

### Smyková únosnost

Při absenci kroucení závisí smyková plastická únosnost na smykové ploše, která je dána následovně:

$$A_{v,z} = A - 2 b t_f + (t_w + 2 r) t_f$$

$$A_{v,z} = 13700 - 2 \times 220 \times 17,5 + (9,8 + 2 \times 24) \times 17,5 = 7011,5 \text{ mm}^2$$

$$\text{ale ne méně než } \eta h_w t_w = 1,2 \times 562 \times 9,8 = 6609,12 \text{ mm}^2 \quad \mathbf{VYHOVÍ}$$

EN 1993-1-1

§ 6.2.6 (3)

### Smyková plastická únosnost

$$V_{pl,z,Rd} = \frac{A_{v,z} (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} = \frac{7011,5 \times (355 / \sqrt{3}) / 1000}{1,0} = 1437 \text{ kN}$$

$$V_{z,Ed} / V_{pl,z,Rd} = 172 / 1437 = 0,12 < 1 \quad \mathbf{VYHOVÍ}$$

EN 1993-1-1

§ 6.2.6 (2)

### Smyková únosnost s vlivem boulení

Nevyztužené stojiny se štíhlostí  $h_w/t_w$  větší než  $72 \varepsilon / \eta$  se mají posoudit na únosnost při smykovém boulení a mají se opatřit příčnými výztuhami v podporách.

Hodnotu  $\eta$  lze konzervativně vzít rovnu 1,0.

$$h_w / t_w = (597 - 2 \times 17,5) / 9,8 = 57,35 < 72 \times 0,81 / 1,0 = 58,3$$

Smykovou únosnost s vlivem boulení není tudíž třeba posuzovat.

EN 1993-1-1

§ 6.2.6 (6)



## Quality Record

<b>RESOURCE TITLE</b>	<i>Example: Simply supported beam with lateral restraint at load application point</i>		
<b>Reference(s)</b>			
<b>ORIGINAL DOCUMENT</b>			
	<b>Name</b>	<b>Company</b>	<b>Date</b>
<b>Created by</b>	Valérie LEMAIRE	CTICM	8/4/05
<b>Technical content checked by</b>	Alain BUREAU	CTICM	11/5/05
<b>Editorial content checked by</b>			
<b>Technical content endorsed by the following STEEL Partners:</b>			
<b>1. UK</b>	G W Owens	SCI	17/8/05
<b>2. France</b>	Alain BUREAU	CTICM	17/8/05
<b>3. Germany</b>	A Olsson	SBI	17/8/05
<b>4. Sweden</b>	C Muller	RWTH	17/8/05
<b>5. Spain</b>	J Chica	Labein	17/8/05
<b>Resource approved by Technical Coordinator</b>	G W Owens	SCI	21/5/05
<b>TRANSLATED DOCUMENT</b>			
<b>This Translation made by:</b>	T. Vraný	CTU in Prague	31/7/07
<b>Translated resource approved by:</b>	J. Macháček	CTU in Prague	31/7/07
<b>National technical contact</b>	F. Wald	CTU in Prague	