	Dokument	SX006a-CZ-EU	Strana	1 z 8
	Název	Řešený příklad: Výpočet součinitele kritického břemene $\alpha_{cr}$		
	Eurokód	EN 1993-1-1		
	Vypracovali	Matthias Oppe	Datum	červen 2005
	Kontroloval	Christian Müller	Datum	červen 2005

## Řešený příklad: Výpočet součinitele kritického břemene $\alpha_{cr}$

*Tento příklad demonstruje, jak se provádí posouzení jednoduché konstrukce s ohledem na  $\alpha_{cr}$ . Je ukázáno, kdy se mají při analýze konstrukce zavést účinky druhého řádu a kdy je lze zanedbat.*

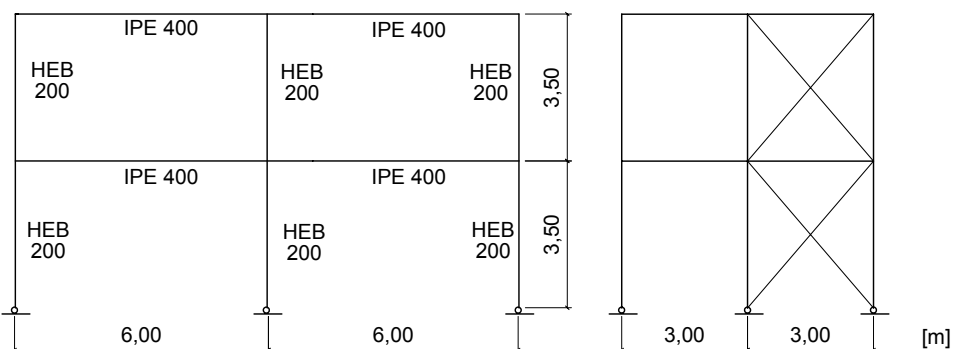


Schéma a) Vetknuté patky



Schéma b) Kloubové patky




### Vstupní data

Posuďte, zda se musí zavést účinky druhého řádu.

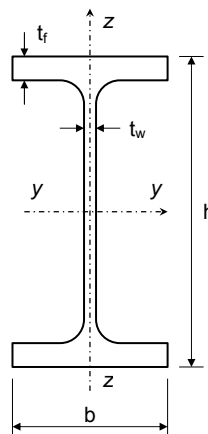
- Délka rozpětí: 6,00 m
- Šířka pole: 3,00 m
- Tloušťka desky: 12 cm
- Příčky: 1,50 kN/m<sup>2</sup>
- Užité zátížení: 5,00 kN/m<sup>2</sup> (kancelářská budova)
- Objemová tíha betonu: 24 kN/m<sup>3</sup>
- Třída oceli: S235

Tíha desky :  $0,12 \times 24 \text{ kN/m}^3 = 2,88 \text{ kN/m}^2$

<p><b>VÝPOČET</b></p> 	Dokument	<i>SX006a-CZ-EU</i>	Strana	<b>2 z 8</b>
	Název	<i>Řešený příklad: Výpočet součinitele kritického břemene <math>\alpha_{cr}</math></i>		
	Eurokód	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Vypracovali	<i>Matthias Oppe</i>	Datum	<i>červen 2005</i>
	Kontroloval	<i>Christian Müller</i>	Datum	<i>červen 2005</i>

### Nosníky IPE 400 – ocel třídy S235

Výška	$h = 400 \text{ mm}$
Šířka	$b = 180 \text{ mm}$
Tloušťka stojiny	$t_w = 8,6 \text{ mm}$
Tloušťka pásnice	$t_f = 13,5 \text{ mm}$
Poloměr válcování	$r = 21 \text{ mm}$
Hmotnost	$66,3 \text{ kg/m}$
Plocha průřezu	$A = 84,46 \text{ cm}^2$
Moment setrvačnosti y-y	$I_y = 23130 \text{ cm}^4$



Euronorm  
19-57

### Sloupy HE 200 B – třída oceli S235

Výška	$h = 200 \text{ mm}$
Šířka	$b = 200 \text{ mm}$
Tloušťka stojiny	$t_w = 9,0 \text{ mm}$
Tloušťka pásnice	$t_f = 15,0 \text{ mm}$
Poloměr válcování	$r = 18 \text{ mm}$
Hmotnost	$61,3 \text{ kg/m}$
Plocha průřezu	$A = 78,08 \text{ cm}^2$
Moment setrvačnosti y-y	$I_y = 5696 \text{ cm}^4$

Euronorm  
53-62

Vlastní tíha nosníku:

$$(66,3 \times 9,81) \times 10^{-3} = 0,650 \text{ kN/m}$$

Stálé zatížení:

$$G = 0,650 + (2,88 + 1,5) \times 3,00$$

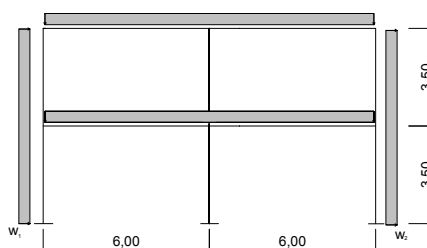
$$= 13,79 \text{ kN/m}$$


Nahodilé zatížení (užitné):

$$Q = 5,0 \times 3,0 = 15,0 \text{ kN/m}$$

$$w_1 = 2,03 \text{ kN/m}$$

$$w_2 = 0,76 \text{ kN/m}$$



<p style="text-align: center;"><b>VÝPOČET</b></p> 	Dokument	<i>SX006a-CZ-EU</i>	Strana	<b>3</b> z <b>8</b>
	Název	<i>Řešený příklad: Výpočet součinitele kritického břemene <math>\alpha_{cr}</math></i>		
	Eurokód	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Vypracovali	<i>Matthias Oppe</i>	Datum	<i>červen 2005</i>
	Kontroloval	<i>Christian Müller</i>	Datum	<i>červen 2005</i>

**Kombinace pro MSÚ (jednoduchá):**

$$\gamma_G G + \gamma_Q Q = 1,35 \times 13,79 + 1,50 \times 15,0 = 38,9 \text{ kN/m}$$

$$w_1 = 1,35 \times 2,03 = 2,75 \text{ kN/m}$$

$$w_2 = 1,35 \times 0,76 = 1,01 \text{ kN/m}$$

**Mez kluzu**

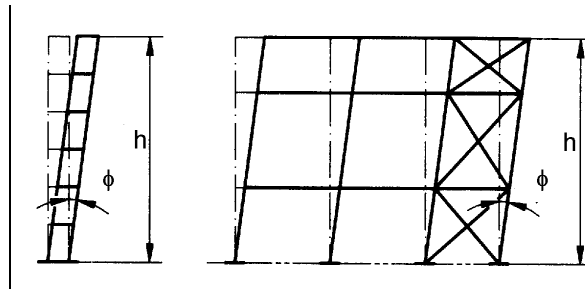
Třída oceli S235

Největší tloušťka je 15,0 mm < 40 mm, takže  $f_y = 235 \text{ N/mm}^2$

**Poznámka:** Národní příloha může stanovit, zda se hodnoty vezmou z tabulky 3.1 nebo z normy hutního výrobku.

**Globální počáteční imperfekce:**

$$\phi = \phi_0 \times \alpha_m \times \alpha_h$$



kde:  $\phi_0$  je základní hodnota:  $\phi_0 = 1/200$

$\alpha_h$  je redukční součinitel v závislosti na výšce sloupů  $h$ :

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}}, \quad \text{ale} \quad \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1,0$$

$h$  výška konstrukce v metrech

$\alpha_m$  redukční součinitel pro počet sloupů v řadě:


$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left( 1 + \frac{1}{m} \right)}$$

$m$  počet sloupů v řadě. Počítají se pouze sloupy, jejichž svislé zatížení  $N_{Ed}$  není menší než 50 % průměrného zatížení sloupů v posuzované svislé rovině.

EN 1990  
[§ 6.4.3.2](#)  
(6.10)

EN 1993-1-1  
[Tabulka 3.1](#)

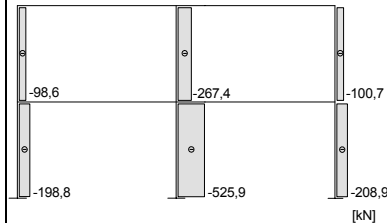
EN 1993-1-1  
[§ 5.3.2](#)

<p style="text-align: center;"><b>VÝPOČET</b></p> 	Dokument	<i>SX006a-CZ-EU</i>	Strana	<i>4 z 8</i>
	Název	<i>Řešený příklad: Výpočet součinitele kritického břemene <math>\alpha_{cr}</math></i>		
	Eurokód	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Vypracovali	<i>Matthias Oppe</i>	Datum	<i>červen 2005</i>
	Kontroloval	<i>Christian Müller</i>	Datum	<i>červen 2005</i>

Průměrná tlaková síla ve sloupu:

$$N_{\text{average}} = \frac{1}{3} \times 38,9 \times 12 \times 2 = 311,2 \text{ kN}$$

$$N_{\text{Ed}} > 0,5 \times N_{\text{average}} = 155,6 \text{ kN}$$



z výpočtu na počítači

⇒ s ohledem na rozdělení vnitřních sil (viz výpočet na počítači) se mají uvažovat tři sloupy ( $m = 3$ )

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \times \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0,5 \times \left(1 + \frac{1}{3}\right)} = 0,816$$

$$h = 7,00 \text{ m}$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{7}} = 0,756$$

$$\phi = \frac{1}{200} \times 0,756 \times 0,816 = \frac{1}{324}$$

Ekvivalentní vodorovné zatížení

$$H_{1,d} = H_{2,d} = \phi \times g \times l = \frac{1}{324} \times 38,9 \times 12 = 1,44 \text{ kN}$$

### Vliv deformované geometrie konstrukce


#### Výpočet $\alpha_{cr}$

Výpočet podle teorie prvního řádu lze použít, pokud zvětšení vnitřních sil nebo jakoukoliv jinou změnu chování konstrukce, způsobenou deformacemi, lze zanedbat. Lze předpokládat, že tato podmínka je splněna, jestliže platí následující podmínka:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10 \text{ (pro pružnostní analýzu)}$$

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 15 \text{ (pro plasticitní analýzu)}$$

EN 1993-1-1  
[§ 5.2.1 \(3\)](#)

<p><b>VÝPOČET</b></p> 	Dokument	<i>SX006a-CZ-EU</i>	Strana	<b>5</b> z <b>8</b>
	Název	<i>Řešený příklad: Výpočet součinitele kritického břemene <math>\alpha_{cr}</math></i>		
	Eurokód	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Vypracovali	<i>Matthias Oppe</i>	Datum	<i>červen 2005</i>
	Kontroloval	<i>Christian Müller</i>	Datum	<i>červen 2005</i>

kde:  $\alpha_{cr}$  je součinitel, vyjadřující zvýšení návrhového zatížení vedoucí ke celkové ztrátě stability v pružném stavu

$F_{cr}$  je kritické zatížení pro celkovou ztrátu stability, vypočtené pro počáteční tuhosti v pružném stavu

$F_{Ed}$  je návrhové zatížení konstrukce

### Alternativní výpočet $\alpha_{cr}$

Rovinné rámy budov, tvořené nosníky a sloupy, lze posoudit na kolaps spojený s patrovým posuvem pomocí teorie prvního řádu, pokud je podmínka  $\alpha_{cr} \geq 10$  (resp.  $\alpha_{cr} \geq 15$ ) splněna pro každé podlaží. U těchto konstrukcí lze  $\alpha_{cr}$  vypočítat pomocí následujícího přibližného vztahu za předpokladu, že osová tlaková síla v nosnících není podstatná:

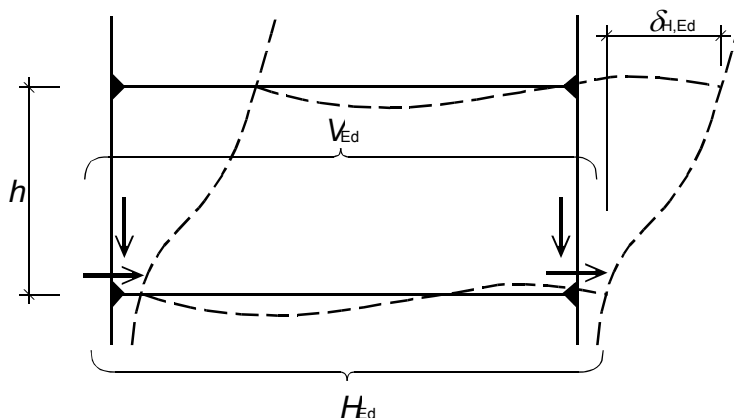
$$\alpha_{cr} = \left( \frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \left( \frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right)$$

kde:  $H_{Ed}$  je návrhová hodnota vodorovné reakce v patě podlaží od vodorovných zatížení a fiktivních vodorovných zatížení

$V_{Ed}$  je celkové návrhové svislé zatížení konstrukce v patě podlaží

$\delta_{H,Ed}$  je vodorovný posun horní úrovně podlaží vzhledem k patě podlaží, při zatížení rámu vodorovnými silami (například vítr) a fiktivními vodorovnými silami, které působí v každé úrovni podlaží

$h$  je výška podlaží



EN 1993-1-1  
[§ 5.2.1](#) (4)B

Dokument	<i>SX006a-CZ-EU</i>	Strana	<b>6</b> z <b>8</b>
Název	<b>Řešený příklad: Výpočet součinitele kritického břemene <math>\alpha_{cr}</math></b>		
Eurokód	<b>EN 1993-1-1</b>		
Vypracovali	<b>Matthias Oppe</b>	Datum	<b>červen 2005</b>
Kontroloval	<b>Christian Müller</b>	Datum	<b>červen 2005</b>

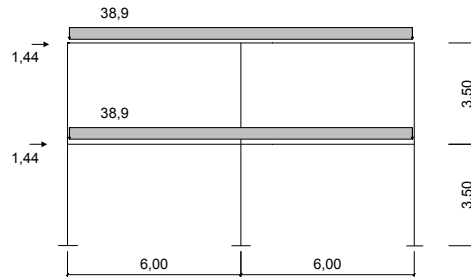
**a) Vetknuté patky**

**Výpočet  $\alpha_{cr}$**

Výpočet na počítači pro uvažovanou kombinaci zatížení vede k výsledkům:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} = 27,06 > 10$$

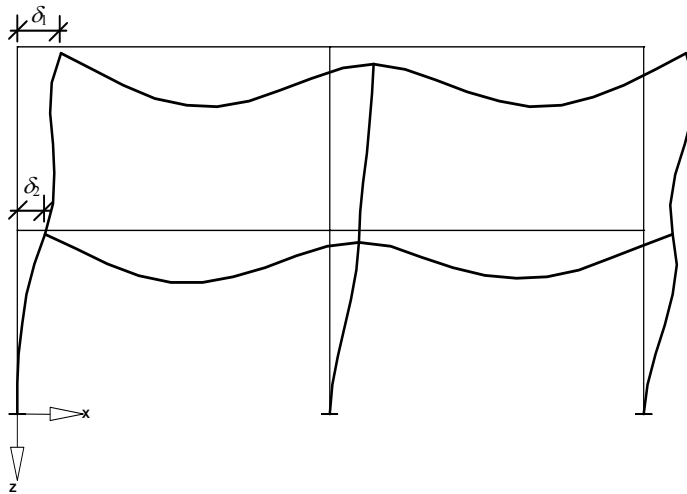
⇒ účinky druhého řádu lze zanedbat



EN 1993-1-1  
[§ 5.2.1 \(3\)](#)

**Alternativní výpočet  $\alpha_{cr}$**

Deformovaná konstrukce



$$\delta_1 = 0,69 \text{ mm} \quad h = 3,50\text{m} \quad \Sigma V_{Ed} = 466,8 \text{ kN}$$

$$\delta_2 = 0,31 \text{ mm} \quad \Sigma H_{Ed} = 1,44 \text{ kN}$$

$$\alpha_{cr,1} = \frac{1,44}{466,8} \times \frac{3500}{0,69 - 0,31} = 28,41 > 10$$

$$\alpha_{cr,2} = \frac{1,44 \times 2}{466,8 \times 2} \times \frac{3500}{0,31} = 34,83 > 10$$

⇒ účinky druhého řádu lze zanedbat

Dokument	<i>SX006a-CZ-EU</i>	Strana	7 z 8
Název	<i>Řešený příklad: Výpočet součinitele kritického břemene <math>\alpha_{cr}</math></i>		
Eurokód	<i>EN 1993-1-1</i>		
Vypracovali	<i>Matthias Oppe</i>	Datum	<i>červen 2005</i>
Kontroloval	<i>Christian Müller</i>	Datum	<i>červen 2005</i>

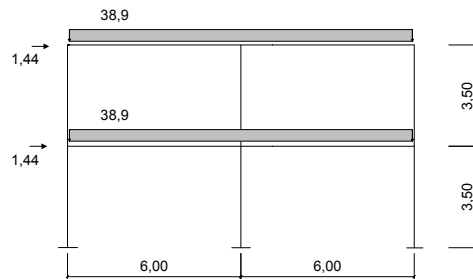
## b) Kloubové patky

### Výpočet $\alpha_{cr}$

Výpočet na počítači pro uvažovanou kombinaci zatížení vede k výsledkům:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} = 6,79 < 10$$

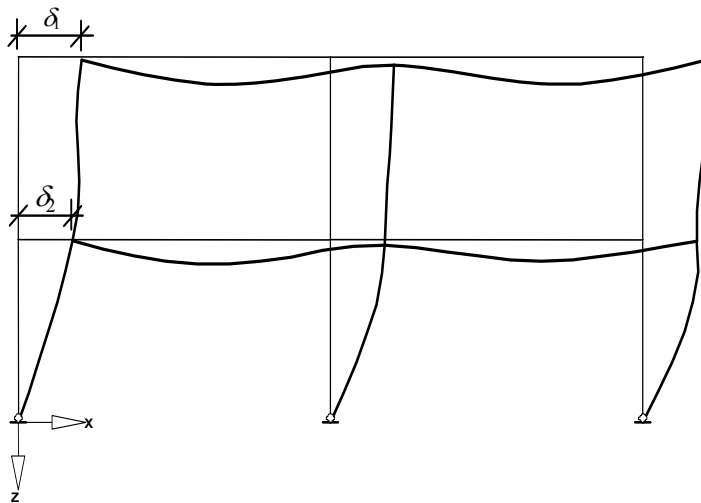
⇒ účinky druhého řádu se musí uvažovat



EN 1993-1-1  
[§ 5.2.1 \(3\)](#)

### Alternativní výpočet $\alpha_{cr}$

Deformovaná konstrukce



$$\delta_1 = 1,79 \text{ mm} \quad h = 3,50 \text{ m} \quad \Sigma V_{Ed} = 466,8 \text{ kN}$$


$$\delta_2 = 1,34 \text{ mm} \quad \Sigma H_{Ed} = 1,44 \text{ kN}$$

$$\alpha_{cr,1} = \frac{1,44}{466,8} \times \frac{3500}{1,79 - 1,34} = 23,99 > 10$$

$$\alpha_{cr,2} = \frac{1,44 \times 2}{466,8 \times 2} \times \frac{3500}{1,34} = 8,06 < 10$$

⇒ účinky druhého řádu se musí uvažovat

EN 1993-1-1  
[§ 5.2.1 \(4\)B](#)

	Dokument	<i>SX006a-CZ-EU</i>	Strana	<b>8</b> z <b>8</b>
	Název	<i>Řešený příklad: Výpočet součinitele kritického břemene <math>\alpha_{cr}</math></i>		
	Eurokód	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Vypracovali	<i>Matthias Oppe</i>	Datum	<i>červen 2005</i>
	Kontroloval	<i>Christian Müller</i>	Datum	<i>červen 2005</i>
<p>Pro vícepodlažní rámy lze účinky druhého řádu od posuvu styčniců vypočítat zvětšením vodorovného zatížení <math>H_{Ed}</math> (např. zatížení větrem) a ekvivalentního zatížení <math>V_{Ed} \times \phi</math> od imperfekce podle teorie prvního řádu součinitelem:</p> $\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}}$ <p>za předpokladu, že:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\alpha_{cr} &gt; 3,0</math></li> <li>- všechna podlaží mají podobné rozdělení <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ svislých zatížení</li> <li>▪ vodorovných zatížení</li> <li>▪ tuhosti rámu vzhledem k působícím patrovým smykovým silám</li> </ul> </li> </ul> <p>V tomto příkladu: <math>\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{6,79}} = 1,172</math></p>				EN 1993-1-1 <a href="#">§ 5.2.2 (6)B</a>



## Quality Record

<b>RESOURCE TITLE</b>	Example: Calculation of $\alpha_{cr}$		
<b>Reference(s)</b>			
<b>ORIGINAL DOCUMENT</b>			
	<b>Name</b>	<b>Company</b>	<b>Date</b>
<b>Created by</b>	Matthias Oppe	RWTH	15/06/05
<b>Technical content checked by</b>	Christian Müller	RWTH	15/06/05
<b>Editorial content checked by</b>			
<b>Technical content endorsed by the following STEEL Partners:</b>			
<b>1. UK</b>	G W Owens	SCI	7/7/05
<b>2. France</b>	A Bureau	CTICM	17/8/05
<b>3. Sweden</b>	A Olsson	SBI	8/8/05
<b>4. Germany</b>	C Muller	RWTH	10/8/05
<b>5. Spain</b>	J Chica	Labein	12/8/05
<b>Resource approved by Technical Coordinator</b>	G W Owens	SCI	21/05/06
<b>TRANSLATED DOCUMENT</b>			
<b>This Translation made and checked by:</b> T. Vraný		CTU in Prague	31/7/07
<b>Translated resource approved by:</b>	J. Macháček	CTU in Prague	31/7/07
<b>National technical contact</b>	F. Wald	CTU in Prague	