

NCCI: Jednoduché metody pro účinky druhého řádu u rámu

Tento NCCI dokument poskytuje informace týkající se účinků druhého řádu u rámu. Jsou ukázány jednoduché metody zohledňující účinky druhého řádu.

Obsah

1.	Všeobecně	2
2.	Pružnostní analýza prutových konstrukcí	2
3.	Modifikovaná metoda prvním řádem pro plasticitní analýzu prutové konstrukce	6
4.	Literatura	11

1. Všeobecně

Účinky druhého řádu vznikají v důsledku vodorovných posuvů styčnicků prutové konstrukce. Posuvy způsobují excentricitu svislého zatížení, která vyvolává momenty druhého řádu na sloupu. Účinky přetvořené geometrie (účinky druhého řádu) mají být uvažovány, pokud se významně zvětší účinky zatížení nebo pokud se podstatně změní chování konstrukce, viz [EN 1993-1-1, odstavec 5.2](#).

Když je prutová konstrukce analyzována použitím **pružnostní metody**, mohou být účinky druhého řádu v rovině započítány za použití:

- analýzy prvního řádu, „metoda zvětšení momentů od posuvu styčnicků“
- analýzy prvního řádu, „iterační metoda“
- analýzy prvního řádu, se vzpěrnou délkou pro vybočení s posuvem styčnicků.

V tomto NCCI je předvedena metoda zvětšení momentů od posuvu styčnicků a iterační metoda (jak globální přístup, tak praktický příklad).

Pokud je pro analýzu prutových konstrukcí použita **plasticitní metoda**, mohou být účinky druhého řádu zahrnuty v modifikované analýze prvního řádu. Viz kapitola 3.

Výpočet může být rovněž proveden pomocí vhodného výpočetního programu, který využívá analýzu druhého řádu s příslušnými imperfekcemi v souladu s [EN 1993-1-1 odstavec 5.3.2](#).

2. Pružnostní analýza prutových konstrukcí

2.1 Metoda zvětšení momentů od posuvu styčnicků

„Metoda zvětšení momentů od posuvu styčnicků“ je nejjednodušší pro zavedení účinků druhého řádu do pružnostní analýzy prutové konstrukce. Principy jsou uvedeny v [EN 1993-1-1 §5.2.2](#).

Nejprve se provede lineární pružnostní analýza prvního řádu, pak je vodorovné zatížení H_{Ed} (např. vítr) a ekvivalentní vodorovné zatížení $V_{Ed} \phi$, vyvolané imperfekcemi, zvětšeno „součinitelem posuvu styčnicků“ tak, aby byly zahrnuty účinky druhého řádu.

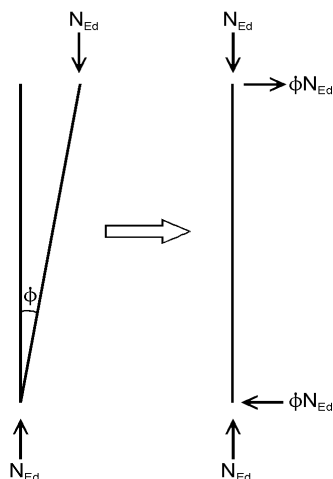
Pro portálové rámy s mírným sklonem střechy, za předpokladu, že osová tlaková síla v nosnících nebo příčlích je nevýznamná a $\alpha_{cr} \geq 3,0$, může být „součinitel posuvu styčnicků“ vypočten podle:

$$\left(\frac{1}{1 - 1/\alpha_{cr}} \right) \quad (2.1)$$

kde α_{cr} může být vypočteno v souladu s [EN 1993-1-1 §5.2.1\(4\)](#), jak je ukázáno v [SN004](#).

2.2 Iterační metoda (globální přístup)

Cílem této metody je, aby účinky vyvolané přítomností tlakové síly N_{Ed} a celkovým natočením ϕ prutu byly nahrazeny „opačně působícími silami od natočení“, které působí kolmo na tlačení prut. Síly od naklonění konstrukce vyvolávají v prutu stejné účinky druhého řádu (viz obrázek 2.1). Natočení ϕ může být od imperfekcí ve tvaru počátečního naklonění konstrukce, ale může to být rovněž úhel natočení při kombinaci zatížení v MSÚ (včetně imperfekce ve tvaru počátečního naklonění, pokud je to nezbytné).

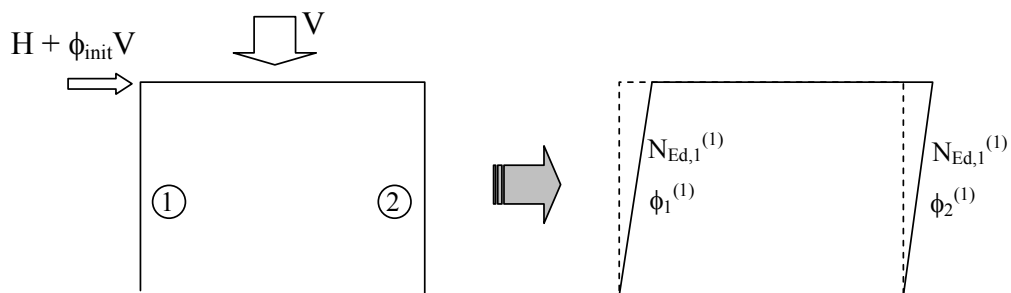


Obrázek 2.1 Síly nahrazující účinky druhého řádu způsobené posuvy styčnicků

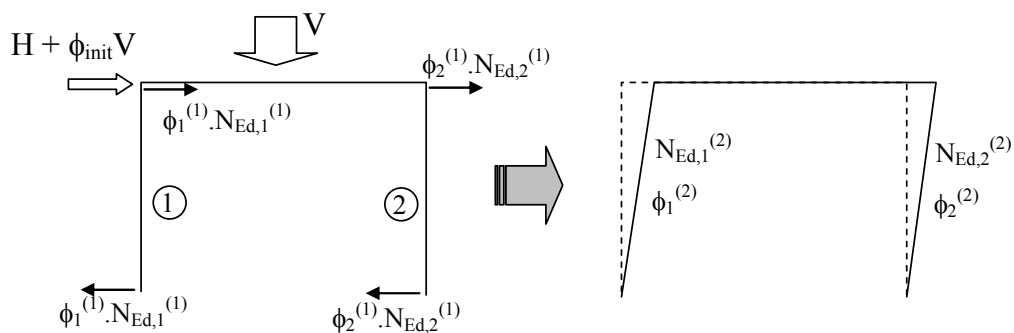
Kroky výpočtu iterační metodou mohou být shrnuty tímto způsobem:

- 1) Provedení pružnostní analýzy prvního řádu portálového rámu s veškerým působícím zatížením ($V + H$) a imperfekcemi ve tvaru počátečního natočení ($\phi_{init}V$), pokud jsou významné. Výsledky z této analýzy, které jsou v metodě dále uvažované: tlaková síla N_{Ed} a úhel natočení ϕ_i každého tlačení prutu.
- 2) Stanovení opačných vodorovných sil od natočení $\phi_i N_{Ed}$ pro každý tlačení prut, působící ve směrech, ve kterých dojde ke zvětšení úhlu natočení (viz obrázek nahoře).
- 3) Provedení nové pružnostní analýzy prvního řádu portálového rámu s veškerým působícím zatížením ($V + H$), imperfekcemi ve tvaru počátečního natočení ($\phi_{init}V$), pokud jsou významné, a všemi vodorovnými silami od natočení $\phi_i N_{Ed,i}$, které působí na koncích každého tlačení prutu. Výsledky z nové analýzy, které jsou dále v metodě uvažované: nové hodnoty tlakových sil $N_{Ed,i}$ a úhel natočení ϕ_i pro každý tlačení prut. **Návrat k bodu 2), dokud není dosaženo konvergence pro posunutí (např. ϕ_i) nebo ohybové momenty.**

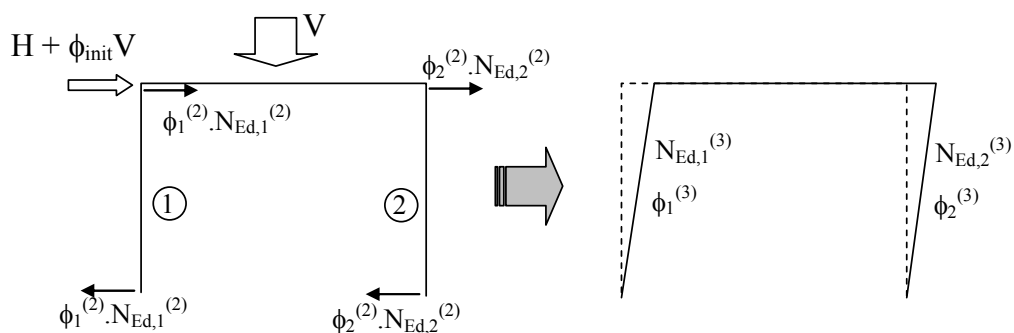
1. iterace



2. iterace



3. iterace

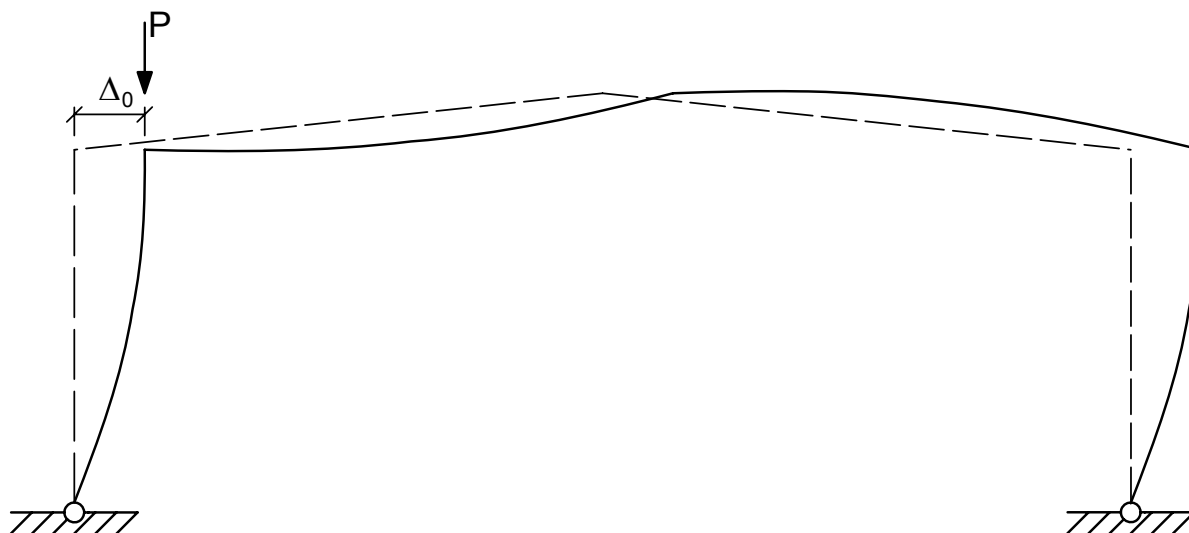


...a tak dál, dokud není dosaženo konvergence: $\phi_i^{(n)} \approx \phi_i^{(n-1)}$.

Obvykle jsou dostatečné 3 iterace k dosažení zcela přijatelné konvergence. Na konci iteračního postupu je možné vnitřní síly a momenty, stejně jako přetvoření, považovat za rovné těm, které by byly získány přímo analýzou druhého řádu.

2.3 Iterační metoda (praktický příklad)

Účinky druhého řádu jsou často považovány za jev vyvolaný $P-\Delta$ účinky, tj. osovým zatížením P působícím s excentricitou Δ (viz obrázek 2.2).



Obrázek 2.2 $P-\Delta$ účinky u portálových ráků

$P-\Delta$ postup může být rozdělen do následujících kroků:

- 1) Provedení pružnostní analýzy prvního řádu s veškerým působícím zatížením včetně vlastní tíhy (a zatížení imperfekcemi, kde je požadováno) a stanovení vnitřních sil a momentů (M^I).
- 2) Výpočet vodorovného posunu Δ_0 (viz obrázek 2.2) vyvolaného působícím zatížením.
- 3) Určení přidavných vnitřních momentů ΔM_I vyvolaných konstrukčními deformacemi (ve shodě s vodorovnými posuny Δ_0). První přiblížení výsledků pak může být $M^{II} = M^I + \Delta M_I$.
- 4) Určení přidavného vodorovného posunu Δ_I vyvolaného ΔM_I . To je možné provést pomocí vodorovného zatížení H (analogie k zatížení imperfekcemi), kdy se stanoví vodorovné posuny vyvolané tímto zatížením.
- 5) Vodorovné posuny Δ_I vyvolají další přidavný vnitřní moment, který zase vyvolá dodatečný posun Δ_2 a tak dále.

Vzhledem ke skutečnosti, že přidavné posuny jsou stále menší a menší, mohou být další iterační postupy zanedbány. Postup výpočtu může být zjednodušen užitím geometrických řad. Tedy v souladu s postupem uvedeným výše může být M^{II} vypočten jako:

$$\begin{aligned}
 M'' &= M' + \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots \\
 &= M' + M' \frac{\Delta M_1}{M'} + M' \frac{\Delta M_2}{M'} + M' \frac{\Delta M_3}{M'} + \dots \\
 &= M' + M' q + M' q^2 + M' q^3 + \dots
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

s: $\frac{\Delta M_2}{M'} = \frac{\Delta M_2}{\Delta M_1} \cdot \frac{\Delta M_1}{M'}$ a $\frac{\Delta M_2}{\Delta M_1} = \frac{\Delta M_1}{M'} = q$, protože tuhost prutové konstrukce na

vodorovné posunutí je konstantní, a proto: $\frac{\Delta M_2}{M'} = q^2$

Poslední řádka rovnice (2.2) se rovná geometrickým řadám. Konverguje k hodnotě:

$$M'' \approx \frac{M'}{1 - \frac{\Delta M_1}{M'}} = \frac{M'}{1 - q_1} \tag{2.3}$$

K získání geometrických řad jsou přídavné momenty pro následující kroky odhadnuty pomocí prvního nárůstu momentu ΔM_1 . Tedy přístup pomocí geometrických řad je (kromě některých zvláštních případů) pouze přiblížením.

Přesnost tohoto přiblížení může být ověřena pomocí dalšího výpočetního kroku. Proto je potřeba vypočítat dodatečný moment ΔM_2 vyvolaný vodorovnými posuny Δ_1 a přístup použitím geometrických řad pak zaručuje ověřenou aproximaci.

$$M'' \approx M' + \frac{\Delta M_1}{1 - \frac{\Delta M_2}{\Delta M_1}} = M' + \frac{\Delta M_1}{1 - q_2} \tag{2.4}$$

Porovnání těchto výsledků poskytuje další informace týkající se kvality výsledků, kde q_i je významná referenční hodnota. Pokud je q konstantní, výsledek výpočtu se dále nebude měnit.

Posuny zahrnující účinky druhého řádu mohou být vypočteny analogickým způsobem jako vnitřní síly a momenty přiblížením pomocí geometrických řad:

$$\Delta'' = \frac{\Delta_0}{1 - \frac{\Delta_1}{\Delta_0}} \tag{2.5}$$

3. Modifikovaná metoda prvního řádu pro plasticitní analýzu prutové konstrukce

3.1 Základní principy návrhu

Vzhledem k nedostatku výpočetních programů pro pružnoplacitní analýzu, je základním principem návrhu odvození zatížení, která jsou zvětšená v důsledku účinků přetvořené geometrie (účinky druhého řádu). Použití těchto zvětšených zatížení při analýze prvního řádu dává ohybové momenty, osové síly a smykové síly, které přibližně zahrnují účinky druhého

řádu. Zvětšení je vypočteno metodou, která je někdy nazývána Merchant-Rankine metoda. Ta představuje pro plasticitní analýzu ekvivalentní metodu k metodě pro pružné prutové konstrukce v [EN 1993-1-1 §5.2.2\(4\)](#), „pro prutové konstrukce, ve kterých je rozhodující první tvar vybočení, má být provedena pružnostní analýza prvního řádu s následným zvětšením významných účinků zatížení (např. ohybových momentů) prostřednictvím vhodných součinitelů“. Protože plastické klouby v plasticitní analýze omezují momenty přenášené prutovou konstrukcí, zvětšení je provedeno na zatížení, které je použito v analýze prvního řádu, místo aby byly zvětšeny účinky zatížení, které jsou touto analýzou vypočteny.

Metoda zařazuje ráky do jedné ze dvou kategorií:

- Kategorie A: Pravidelné, symetrické ráky s mírným sklonem, se sedlovou nebo pultovou střechou (odstavec 3.2.1)
- Kategorie B: Ráky, které nespádají do kategorie A, s výjimkou ráků s táklem (odstavec 3.2.2)

Pro každou z těchto dvou kategorií ráků má být použit jiný zvětšující součinitel zatížení. Metoda byla ověřena [4, 5] pro ráky, které splňují následující kritéria:

1. Ráky, ve kterých $\frac{L}{h} \leq 8$ pro jakékoliv rozpětí
2. Ráky, ve kterých $\alpha_{cr} \geq 3$

kde

L je rozpětí rámu (viz obrázek 3.1)

h je výška nižšího sloupu na jednom z konců uvažovaného rozpětí (viz obrázek 3.1)

α_{cr} je součinitel, vyjadřující zvýšení návrhového zatížení při dosažení ztráty stability v pružném stavu, tj. poměr kritického zatížení k působícímu návrhovému zatížení (vypočtený buď přesně použitím výpočetních programů nebo odhadnutý z prvního vlastního tvaru vybočení (viz odstavec 3.3))

Ostatní prutové konstrukce mají být navrženy pomocí výpočetních programů s pružno-plasticitní analýzou druhého řádu.

3.2 Zvětšující součinitelé

3.2.1 Kategorie A: Pravidelné, symetrické a nesymetrické ráky se sedlovou nebo s pultovou střechou

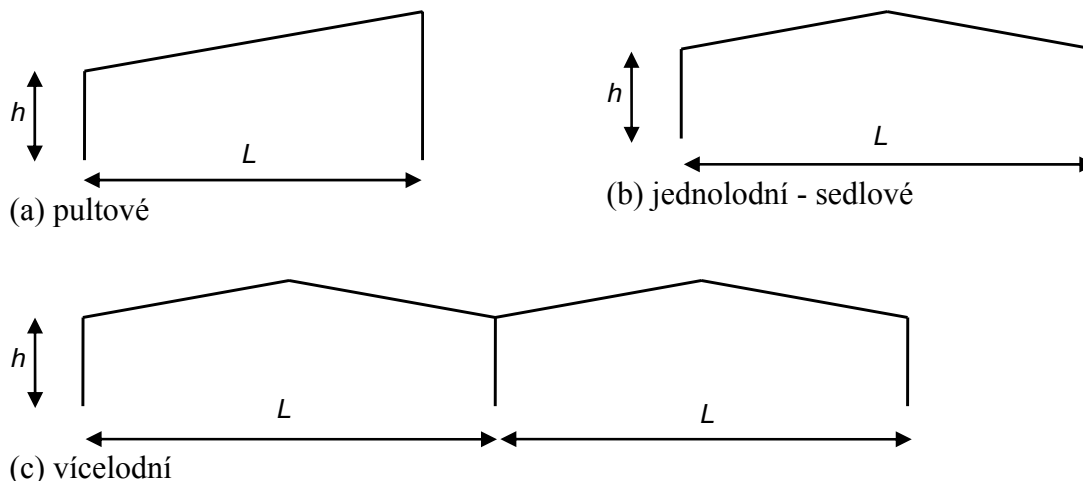
Pravidelné, symetrické ráky se sedlovou nebo pultovou střechou (obrázek 3.1) mohou být jednodlné nebo vícedlné konstrukce, u kterých je velmi malý rozdíl ve výšce (h) a rozpětí (L) mezi různými loděmi; za dostatečně malé mohou být považovány rozdíly ve výšce a rozpětí řádově do 10%.

V tradičních průmyslových stavbách tohoto typu může být pro ráky použita analýza prvního řádu, jestliže jsou všechny síly a momenty zvětšeny z důvodu jednoduchosti a bezpečnosti

pomocí $\left(\frac{1}{1-1/\alpha_{cr}} \right)$, přestože je to pro osové síly ve sloupech konzervativní.

3.2.2 Kategorie B: Ráky, které nespádají do kategorie A s výjimkou ráků s táklem

Pro ráky, které nespádají pod kategorii A může být použita analýza prvního řádu, jestliže je veškeré působící zatížení zvětšeno pomocí $\left(\frac{1,1}{1-1/\alpha_{cr}}\right)$.



Poznámka: h je měřena od průsečíku střednice příčle a střednice sloupu se zanedbáním náběhů

Obrázek 3.1 Příklady z kategorie A

3.3 Určení α_{cr}

Pro ráky v rámci omezení podle poznámek 1 a 2 v [EN 1993-1-1 §5.2.1](#), může být α_{cr} vypočteno podle (5.2) v této poznámce, jak je ukázáno v [SN004](#). Pro ráky, které nespádají do limitů uvedených v poznámce 1 a 2, ale splňují kritéria 1a 2 uvedená v odstavci 3.1 výše, může být použita následující metoda.

Pro každý zatěžovací stav může být odhad součinitele, vyjadřující zvýšení návrhového zatížení při dosažení ztráty stability v pružném stavu, získán následujícím způsobem.

Pro ráky, ve kterých jsou příčle mezi sloupy rovné, jako na obrázku 3.1(a):

$$\alpha_{cr,est} = \alpha_{cr,s,est}$$

Pro ráky s příčlemi ve sklonu, jako na obrázku 3.1 (b) a na obrázku 3.1(c):

$$\alpha_{cr,est} = \min(\alpha_{cr,s,est}; \alpha_{cr,r,est})$$

kde

$\alpha_{cr,s,est}$ je stanovení α_{cr} pro tvar vybočení s posuvem styčníků (viz odstavec 3.3.1)

$\alpha_{cr,r,est}$ je stanovení α_{cr} pro tvar vybočení s „prolomením“ příčle (viz odstavec 3.3.2)

3.3.1 Poměr α_{cr} pro rámy s posuvem styčnicků

Parametry požadované k výpočtu $\alpha_{cr,s,est}$ pro portálové rámy jsou ukázány na obrázku 3.2. Jak je vidět, δ_{EHF} je příčné posunutí nejvyššího bodu každého sloupu při působení libovolného příčného zatížení H_{EHF} . (Velikost celkového příčného zatížení je libovolná, protože tuhost sloupu při vodorovném posuvu je H_{EHF}/δ_{EHF} .) Vodorovné zatížení působící v nejvyšším bodu každého sloupu má být úměrné svislé reakci. Tedy pro jednotlivé sloupy:

$$\frac{H_{EHF,i}}{V_{ULS,i}} = \frac{H_{EHF}}{V_{ULS}}$$

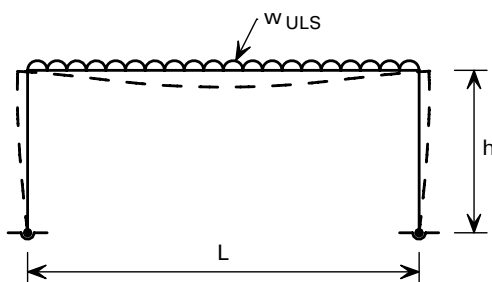
kde

H_{EHF} je součet všech ekvivalentních vodorovných sil ve nejvyšším bodě sloupu (viz obrázek (a))

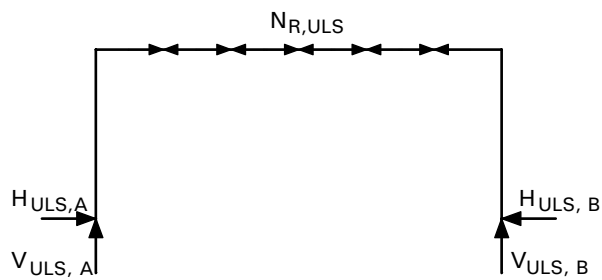
V_{ULS} je součet všech svislých návrhových reakcí v MSÚ vypočtených z plasticitní analýzy prvního řádu

$H_{EHF,i}$ je ekvivalentní vodorovná síla v nejvyšším bodě sloupu i (dva sloupy pro jednolodní rám, tři ve dvojlodním rámu atd.)

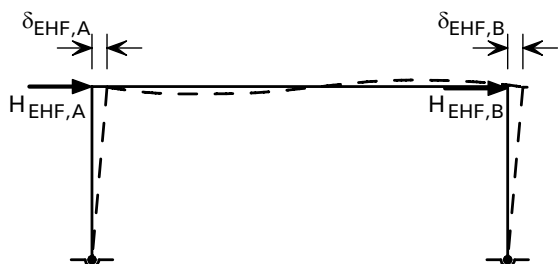
$V_{ULS,i}$ je svislá návrhová reakce v MSÚ ve sloupu i vypočtená plasticitní analýzou prvního řádu



(a) Rám při zatížení v MSÚ



(b) Reakce a osová síla v příčli v MSÚ



(c) Vodorovná deformace nejvyšších bodů sloupů

Obrázek 3.2 Schéma ukazující parametry požadované pro určení α_{cr}

Odhad α_{cr} pak může být získán z

$$\alpha_{cr,s,est} = 0,8 \left\{ 1 - \left(\frac{N_{R,ULS}}{N_{R,cr}} \right)_{max} \right\} \left\{ \left(\frac{h_i}{V_{ULS,i}} \right) \left(\frac{H_{EHF,i}}{\delta_{EHF,i}} \right) \right\}_{min}$$

kde

$\left(\frac{N_{R,ULS}}{N_{R,cr}} \right)_{\max}$ je maximální poměr v jakékoliv příčli

$N_{R,ULS}$ je osová síla v příčli (viz obrázek 3.2(b))

$N_{R,cr} = \frac{\pi^2 EI_r}{L^2}$ je Eulerova síla v příčli na celé rozpětí (za předpokladu kloubů)

I_r je moment setrvačnosti příčle v rovině

$\delta_{EHF,i}$ je vodorovný posun nejvyššího bodu sloupu (viz obrázek 3.2(c))

$\left\{ \left(\frac{h_i}{V_{ULS,i}} \right) \left(\frac{H_{EHF,i}}{\delta_{EHF,i}} \right) \right\}_{\min}$ je minimální hodnota pro sloupy 1 až n (n = počet sloupů)

3.3.2 Poměr α_{cr} pro rámy s „prolomením“ příčle

Pro prutové konstrukce se sklonem příčle ne větším než 1:2 (26°) může být $\alpha_{cr,r}$ bráno jako:

$$\alpha_{cr,r,est} = \left(\frac{D}{L} \right) \left(\frac{55,7(4 + L/h)}{\Omega - 1} \right) \left(\frac{I_c + I_r}{I_r} \right) \left(\frac{275}{f_{yr}} \right) (\tan 2\theta_r)$$

To je třeba ověřit, protože je možné navrhnout troj- a vícelodní rámy s tuhými vnějšími polemi, které zajišťují vodorovnou podporu příčlím uvnitř rozpětí. Tyto příčle pak mohou působit jako oblouky s vodorovnou reakcí, která je zachycena vnějšími polemi. V případě vzniku obloukového účinku, přenesou příčle více svislého zatížení, než kdyby působily pouze jako nosníky. Tato kontrola slouží k zabezpečení, aby příčle nebyly tak pružné, že by mohlo dojít k jejich „prolomení“.

Ale kde $\Omega \leq 1$, pak $\alpha_{cr,r} = \infty$

kde

D je výška průřezu příčle

L je rozpětí pole

h je průměrná výška sloupu od základu k okapu nebo k úžlabí

I_c je moment setrvačnosti sloupu v rovině (bráno jako nulové, pokud sloup není připojen k příčli tuze, nebo pokud je příčel podepřena nosníkem v úžlabí)

I_r je moment setrvačnosti příčle v rovině

f_{yr} je nominální mez kluzu příčle v N/mm^2

- θ_r je sklon střechy, pokud je střecha symetrická, jinak $\theta_r = \tan^{-1}(2h_r/L)$
- h_r je výška vrcholu střechy nad přímkou mezi nejvyššími body sloupů
- Ω je poměr oblouku daný jako $\Omega = W_r/W_0$
- W_0 je hodnota W_r pro plastické porušení příčle jako nosníku na rozpětí L s vetknutými konci
- W_r je celkové svislé návrhové zatížení příčlí pole

Jestliže se dva sloupy nebo dvě příčle pole liší, má být použita průměrná hodnota I_c .

4. Literatura

Pravidla v tomto NCCI jsou založena na:

- (1) *EN 1993-1-1: Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1-1: General rules and rules for Buildings*
- (2) *Horne, M.R. Safeguards against frame instability in the plastic design of single-storey pitched roof frames, paper presented at the Conference on the behaviour of slender structures, City University, London, 1977*
- (3) *Davies, J.M. The stability of multi-bay portal frames, The Structural Engineer, Vol. 69 No. 12, June 1991*
- (4) *BSI paper B/525/31/04_525015, Final report on PiI project 38/9/14 cc1796, SCI 2004*
- (5) *Lim, J.B.P., King, C.M., Rathbone, A.J., Davies, J.M. and Edmondson, V.: 'Eurocode 3 and the in-plane stability of portal frames', The Structural Engineer, 83, No. 21, 2005, p43.*

Quality Record

RESOURCE TITLE	NCCI: Simple methods for second order effects in portal frames		
Reference(s)			
ORIGINAL DOCUMENT			
	Name	Company	Date
Created by	Matthias Oppe	RWTH Aachen	
Technical content checked by	Christian Müller	RWTH Aachen	
Editorial content checked by			
Technical content endorsed by the following STEEL Partners:			
1. UK	G W Owens	SCI	30/3/06
2. France	A Bureau	CTICM	28/3/06
3. Sweden	B Uppfeldt	SBI	31/3/06
4. Germany	C Müller	RWTH	20/3/06
5. Spain	J A Chica	Labein	28/3/06
Resource approved by Technical Coordinator	G W Owens	SCI	8/7/06
TRANSLATED DOCUMENT			
This Translation made and checked by:	M. Eliášová	CTU in Prague	10/7/07
Translated resource approved by:	T. Vraný	CTU in Prague	28/7/07
National technical contact	F. Wald	CTU in Prague	