

NCCI: Kroucení

Tento NCCI dokument poskytuje návod pro posouzení prutů namáhaných kroucením.

Obsah

1.	Obecně	2
2.	Anlyza prvků namáhaných kroucením	3
3.	Uzavřený průřez v kroucení	5
4.	Otevřený průřez v kroucení	6
5.	Ověření	7
6.	Průřezové charakteristiky v kroucení	8
7.	Literatura	10

1. Obecně

Když je prvek zatížen příčnými silami, jejichž výslednice neprochází středem smyku průřezu, je prvek vystaven napětím způsobeným kroucením. Tyto napětí mohou být zkombinovány s napětími od ohybových a smykových sil.

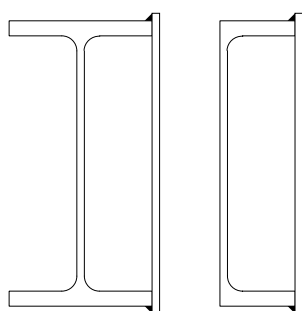
Tento NCCI dokument poskytuje určité vodítko pro ověření prvků vystavených kroucení. Obsahuje vztahy pro výpočet napětí od kroucení a vztahy pro stanovení průřezových charakteristik v kroucení týkající se obecně používaných profilů. Širší škálu případů je možné nalézt v odkazech na literaturu.

Tento dokument se zabývá pouze prvky konstantního průřezu.

V zájmu zjednodušení obsahu tohoto dokumentu veškerá posouzení jsou založena na pružném chování prvků. V mnoha případech může být využita plastická únosnost což může vést k mnohem příznivějším výsledkům.

Poznámka: Otevřené průřezy mají obecně menší schopnost odolávat namáhání od kroucení. Posouzení na kroucení vyžaduje poměrně komplexní výpočet, jak je ukázáno v následujícím textu. Proto pokud je to možné, snažíme se kroucení průřezů vyhnout konstruováním vhodných detailů. Avšak občas se kroucení zejména u otevřených profilů nevyhneme.

Je nutné poznamenat, že tuhost v kroucení otevřených profilů je významnou měrou možné zvýšit přivařením ocelového plechu podél jedné strany I, H nebo U profilu, jak je ukázáno na Obr. 1.1.



Obr. 1.1 *Návrh detailu, který zlepší tuhost v kroucení otevřených profilů*

2. Analýza prvků namáhaných kroucením

2.1 Obecný případ

Pro prvek konstantního průřezu namáhaný kroucením můžeme vyjádřit přenášený kroučící moment T_{Ed} na daném průřezu následovně:

$$T_{Ed} = T_{t,Ed} + T_{w,Ed} \quad (1)$$

kde

$T_{t,Ed}$ je moment od prostého kroucení (St. Venantovo kroucení), který obdržíme ze vztahu:

$$T_{t,Ed} = GI_t \frac{d\theta}{dx} \quad (2)$$

$T_{w,Ed}$ je moment od vázaného kroucení, který získáme ze vztahu:

$$T_{w,Ed} = -EI_w \frac{d^3\theta}{dx^3} \quad (3)$$

θ je úhel zkroucení podélné osy průřezu

x je pořadnice probíhající podél prvku

E je Youngův modul pružnosti materiálu prutu ($E = 210000 \text{ N/mm}^2$ pro ocel)

G je modul pružnosti ve smyku materiálu prutu ($G = 81000 \text{ N/mm}^2$ pro ocel)

I_t je moment setrvačnosti v prostém kroucení

I_w je výsečový moment setrvačnosti

Při obecné analýze prvku řešíme diferenciální rovnici:

$$T_{Ed}(x) = GI_t \frac{d\theta}{dx} - EI_w \frac{d^3\theta}{dx^3} \quad (4)$$

2.2 Prvek konstantního průřezu namáhaný konstantním kroučícím momentem

V případě, že kroučící moment T_{Ed} je konstantní podél celého prutu, diferenciální rovnice bude mít následující tvar:

$$T_{Ed} = GI_t \frac{d\theta}{dx} - EI_w \frac{d^3\theta}{dx^3} \quad (5)$$

a řešením této rovnice je:

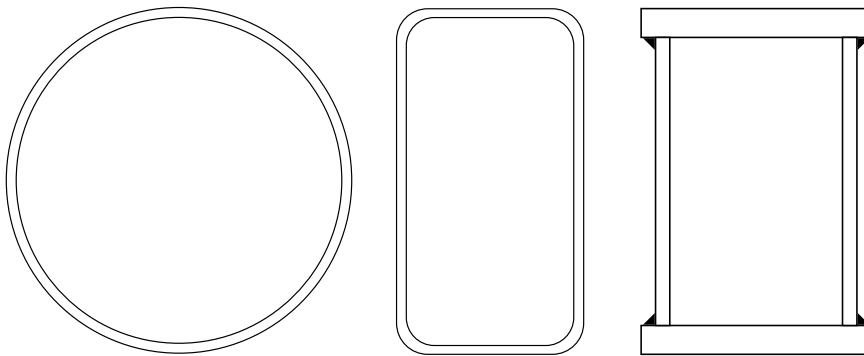
$$\theta(x) = A + B \times \sinh(\lambda x) + C \times \cosh(\lambda x) + \frac{T_{Ed}}{GI_t} x \quad (6)$$

kde

$$\lambda = \sqrt{\frac{GI_t}{EI_w}}$$

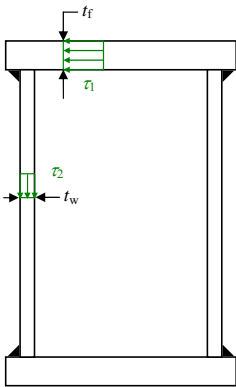
A , B a C jsou integrační konstanty, které mohou být určeny z podmínek uložení na koncích prvku.

3. Uzavřený průřez v kroucení



Obr. 3.1 Uzavřené průřezy

Pro uzavřené průřezy zobrazené na **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.**, můžeme zanedbat efekt vázaného kroucení, viz [EN 1993-1-1 § 6.2.7](#) (7). St. Venantovo volné kroucení způsobuje pouze smyková napětí.



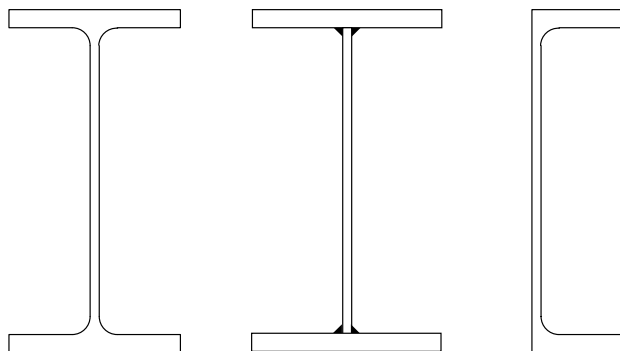
Obr. 3.2 Smyková napětí na uzavřeném průřezu

Smyková napětí od St. Venantova volného kroucení je možné vyjádřit následovně:

$$\tau = \frac{T_{t,Ed} \cdot t}{I_t} \quad (7)$$

kde t je tloušťka průřezu (viz Obr. 3.2) v místě, ve kterém napětí vyjadřujeme.

4. Otevřený průřez v kroucení



Obr. 4.1 Otevřený průřez

Pro otevřené průřezy zobrazené na **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.** mohou být normálová napětí od prostého kroucení (St. Venantovo kroucení) zanedbány, viz [EN 1993-1-1 § 6.2.7 \(7\)](#). Vázané kroucení vyvodí normálová a smyková napětí.

Normálová napětí od vázaného kroucení je možné vypočítat následovně :

$$\sigma = \frac{B_{\text{Ed}}(x) \cdot \omega}{I_{\text{w}}} \quad (8)$$

kde

ω je výsečová pořadnice v bodě, ve kterém je napětí zjišťováno (viz §6.2 pro I průřezy).

$B_{\text{Ed}}(x)$ je bimoment, který může být vypočte následovně:

$$B_{\text{Ed}}(x) = \int_0^x T_{\text{w}}(x) dx \quad (9)$$

Rovnice (3), (8) a (9) vedou ke vztahu:

$$\sigma = -E\omega \frac{d^2\theta}{dx^2} \quad (10)$$

Smykové napětí z důvodu vázaného kroucení je možné stanovit následovně:

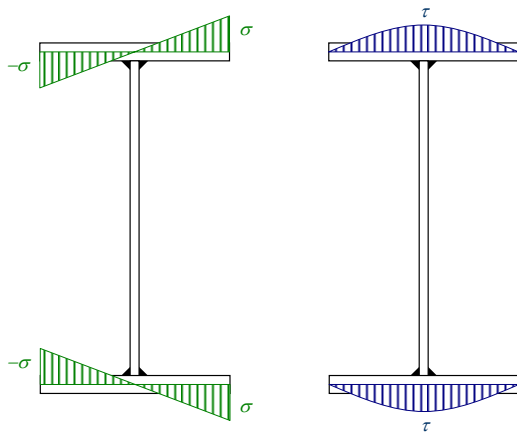
$$\tau = -\frac{T_w(x) \cdot S_\omega}{I_w \cdot t} \quad (11)$$

kde

S_ω je výšečový statický moment v bodě, kde je napětí stanovováno (viz §6.2).

Rovnice (3) a (11) vedou ke vztahu:

$$\tau = -\frac{ES_\omega}{t} \frac{d^3\theta}{dx^3} \quad (12)$$



Obr. 4.2 Napětí od vázaného kroucení otevřeného průřezu (I-profil)

5. Ověření

Obecně ověření průřezu vystavenému působení osově síly, ohybu a kroucení se bude sestávat z výpočtu výsledných napětí způsobených vnitřními silami a ohybovými momenty za použití Von Misesovy teorie. V případě absence významné hodnoty osově síly, budou smyková napětí ovlivněna současným působením napětí od kroučících účinků a mohou být vypočtena pomocí vztahu obsaženém v [EN 1993-1-1 § 6.2.7\(9\)](#).

6. Průřezové charakteristiky v kroucení

6.1 Pravoúhlé duté průřezy

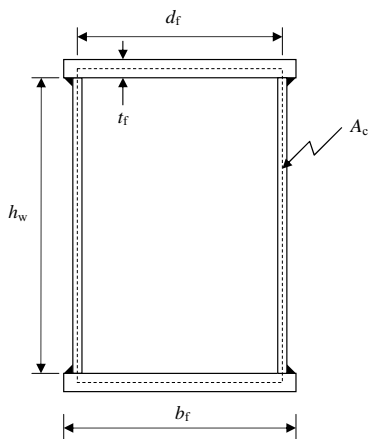
Moment setrvačnosti v prostém kroucení může být vypočten pomocí následujícího vztahu:

$$I_t = \frac{4A_c^2}{\sum_i b_i/t_i} \quad (13)$$

kde

A_c je plocha vymezená střednicí každé části průřezu.

b_i/t_i je poměr šířky ku tloušťce každé části i průřezu.

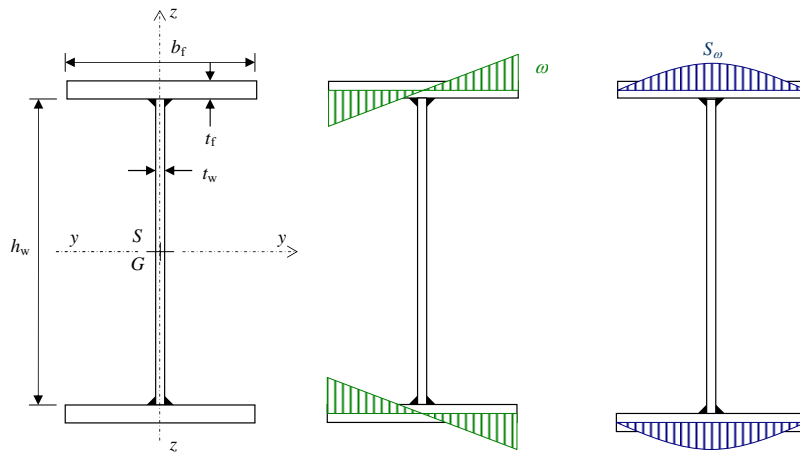


Obr. 6.1 Průřezové charakteristiky uzavřeného krabicového průřezu

Pro ilustraci: vztah pro moment setrvačnosti v prostém kroucení pro uzavřený krabicový průřez na Obr. 6.1 vypadá následovně:

$$I_t = \frac{2d_f^2(h_w + t_f)^2}{(d_f/t_f) + (h_w + t_f)/t_w} \quad (14)$$

6.2 I-Profil



Obr. 6.2 Průřezové charakteristiky pro kroucení I-průřezů

Pro symetrický průřez střed smyku je shodný s těžištěm průřezu.

Maximální hodnota normalizované výsečové pořadnice

$$\omega = \frac{b(h_w + t_f)}{4} \quad (15)$$

Výsečový statický moment

$$S_\omega = \frac{b^2(h_w + t_f)t_f}{16} \quad (16)$$

Moment setrvačnosti v prostém kroucení

$$I_t = \frac{2bt_f^3 + (h_w + t_f)t_w^3}{3} \quad (17)$$

Výsečový moment setrvačnosti

$$I_w = \frac{t_f b_f^3 (h_w + t_f)^2}{24} \quad (18)$$

Poznámka: pro válcované I průřezy, momenty setrvačnosti v prostém kroucení a výsečové momenty setrvačnosti jsou uváděny v produktových normách nebo v katalogu jednotlivých výrobců. Hodnoty momentů setrvačnosti v prostém kroucení mohou být mírně odlišné od výsledků z rovnice (17) pokud jsou vypočteny z přesnějších výrazů bez zanedbání zkosení a náběhů průřezu.

7. Literatura

- 1 Nethercot D. A. et al
Design of members subject to combined bending and torsion
SCI Publication 057. The Steel Construction Institute. 1989.
- 2 Johnston B. G., El Darwish I. A.
Torsion of structural shapes. Proceedings of the American Society of Civil Engineers. Journal of the structural division, Vol. 91, No ST1, February 1965.
- 3 Baraka S.
Caractéristiques torsionnelles des profiles à parois minces. Revue Construction Métallique n°1-1996. CTICM.
- 4 Baraka S., Bureau A.
Calcul des contraintes dans un élément soumis à de la torsion. Revue Construction Métallique n°1-2000. CTICM.
- 5 Calgaro J.-A.
Poutres à parois minces – Etude du cisaillement. Edition HERMES. 1998.

Quality Record

RESOURCE TITLE	NCCI: Torsion		
Reference(s)			
ORIGINAL DOCUMENT			
	Name	Company	Date
Created by	Alain BUREAU	CTICM	23/12/2004
Technical content checked by	Mladen Lukic	CTICM	23/12/2004
Editorial content checked by			
Technical content endorsed by the following STEEL Partners:			
1. UK	G W Owens	SCI	30/06/05
2. France	A Bureau	CTICM	30/06/05
3. Germany	C Müller	RWTH	30/06/05
4. Sweden	A Olsson	SBI	30/06/05
5. Spain	J Chica	Labein	30/06/05
Resource approved by Technical Coordinator	G W Owens	SCI	09/05/06
TRANSLATED DOCUMENT			
This Translation made and checked by	J. Dolejš	CVUT v Praze	28/7/07
Translated resource approved by:	T. Vraný	CVUT v Praze	28/9/07
National technical contact	F. Wald	CTU in Prague	